

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade Nova de Lisboa

Departamento de Matemática

# **Relatório de Estágio**

**Denise Miriam Mendes Torrão**

Relatório de Estágio apresentado à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, nos termos estabelecidos no Regulamento do Mestrado em Ensino da Matemática, para a obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, realizado sob a orientação do Professor Doutor José Matos e da Professora Lourdes Ventura.

Lisboa

2010



## Agradecimentos

À Professora Lourdes Ventura, Orientadora Pedagógica, pela sua constante disponibilidade e dedicação. Um muito obrigada pela orientação rigorosa e crítica, que estimulou e permitiu uma enorme evolução pessoal.

Ao Professor Doutor José Matos, Orientador Científico, pela ajuda e orientação dada no desenvolvimento do projecto de investigação realizado.

À Professora Doutora Maria Helena Santos e Professor Doutor Filipe Marques pelas críticas e sugestões construtivas.

À minha colega de estágio, com a qual realizei grande parte deste projecto, pelo apoio.

À Professora Ana Almeida e ao Professor José Duarte, por todos os sorrisos e palavras de incentivo. A toda a restante comunidade escolar da Escola Secundária Fernando Lopes-Graça que não só permitiu como incentivou todas as actividades desenvolvidas.

Em particular, um obrigado muito especial aos alunos do 12º A e do 12º C. Foi para eles que tudo isto foi feito e foi por eles que tudo isto foi possível de se fazer.

Agradeço ainda aos colegas do grupo de Informática da Escola Secundária do Monte da Caparica pela compreensão demonstrada ao longo destes dois anos, sobretudo ao meu par pedagógico o Professor Ricardo Vaz, por toda a paciência.

Aos meus amigos por entenderem os meus momentos de ausência e por estarem sempre disponíveis para ajudar naquilo que lhes fosse possível.

Por fim, um obrigada muito especial à minha família, sobretudo ao meu pai e à minha mãe, pelo apoio infindável, que foi o que me deu força para chegar até ao final deste percurso.



Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade Nova de Lisboa

Departamento de Matemática

## **Relatório das Actividades Desenvolvidas na Escola**

**Denise Miriam Mendes Torrão**

Relatório das Actividades Desenvolvidas na Escola apresentado à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, nos termos estabelecidos no Regulamento Mestrado em Ensino de Matemática, para a obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, realizado sob a orientação pedagógica da Professora Lourdes Ventura.

Lisboa

2010



## RESUMO

### RELATÓRIO DE ESTÁGIO

**PALAVRAS-CHAVE:** Estágio Pedagógico, Ensino de Matemática, Mestrado em Ensino

Elaborado no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática do 3º ciclo e do Secundário, este relatório refere-se ao Estágio Pedagógico iniciado em Setembro de 2010, na Escola Secundária Francisco Lopes-Graça, Parede, sob a orientação pedagógica da Professora Lourdes Ventura. Foram desenvolvidas diferentes actividades lectivas aplicadas na turma C do 12º ano, do curso de Ciências Socioeconómicas.

O núcleo de Estágio de Matemática em questão é constituído pelos seguintes elementos: Orientadora Pedagógica (Professora Lourdes Ventura) e duas estagiárias (Denise Torrão e Vicência Oliveira). O estágio foi assegurado pelo acompanhamento e supervisão de dois responsáveis científicos da FCT-UNL, a Professora Doutora Maria Helena Santos e o Professor Doutor Filipe José Marques.

A prática de ensino supervisionada, num total de 6 aulas, foi efectuada para todos os temas abordados neste ano de escolaridade. Quatro das aulas referidas foram assistidas pela Orientadora Científica Professora Doutora Maria Helena Santos sendo que duas dessas foram também assistidas pelo Professor Doutor Filipe Marques. Essas seis aulas foram ainda assistidas pela Orientadora Pedagógica. Foram também realizadas as actividades “*Árvore de Natal*”, “*Loto Matemático*” e “*O Dia de O Meu Símbolo Matemático*”. Estas duas actividades foram levadas a cabo durante a Semana da Escola. Para além disso foi ainda dada formação, aos professores do grupo sobre a *Plataforma MOODLE*.

O Relatório de Estágio compreende uma introdução, 3 capítulos, bibliografia e anexos (num dossier à parte). Na Introdução são apresentados os objectivos de trabalho, as unidades de Matemática focadas e a metodologia seguida. No capítulo I é efectuado o

enquadramento geral, do qual faz parte uma descrição da escola, da turma alvo da prática de ensino supervisionada e das turmas da responsabilidade da Orientadora Pedagógica. O Capítulo II contém uma síntese das planificações, as metodologias, os instrumentos de avaliação e as actividades extracurriculares realizadas. O último capítulo, Capítulo III, surge como uma análise reflexiva de todo o trabalho desenvolvido.



## ABSTRACT

### PRE-SERVICE TEACHER TRAINING REPORT

**KEYWORDS:** Teacher Training, Teaching of Mathematics, Masters in Education

Prepared under the Master in Teaching of Mathematics in the 3rd cycle and secondary education, this report refers to the Teacher Training started in September 2010, at the School Fernando Lopes-Graça, Parede, under the mentoring of Professora Lourdes Ventura. There have been developed various school activities implemented in the class C of the 12th year of the course of Socio-Economic Sciences.

The core Training for Mathematics in question consists of the following elements: Educational Advisor (Professor Lourdes Ventura) and two interns (Denise Torrão and Vicência Oliveira). The stage was ensured by the monitoring and supervision of two scientific responsible from FCT-UNL, Professora Doutora Maria Helena Santos and Professor Doutor Filipe José Marques.

The supervised teaching practice, a total of six classes was undertaken for all issues covered in this grade. Four of those classes were attended by the Scientific Advisor Professora Doutora Maria Helena Santos and two of those were also attended by Professor Doutor Filipe Marques. These six classes were also assisted by the Pedagogical Supervisor. They were also carried out the activities "Árvore de Natal", "Loto Matemático" and "O Dia do Símbolo MAtemático". Both activities were undertaken during the Week of the School. Additionally was also given training to teachers of the group on Platform MOODLE.

The Training Report includes an introduction, three chapters, bibliography and appendices (in a file separately). In the Introduction we present the work objectives, units of Mathematics and focused methodology. In Chapter I is carried out the general framework of which includes a description of the school, the class target of supervised teaching

practice and class the responsibility of the Educational Advisor. Chapter II contains a summary of schedules, methodologies, evaluation tools and the extracurricular activities undertaken. The final chapter, Chapter III, appears as a reflective analysis of the entire work.

## Índice

Índice .....	7
Índice de Gráficos .....	8
Índice de Tabelas .....	8
Índice de Imagens .....	9
Capítulo I – Enquadramento Geral.....	11
1. A Escola .....	11
2.Caracterização das Turmas .....	11
3.Matemática 12º ano .....	13
4.Direcção de Turma.....	14
Capítulo II – Trabalho Desenvolvido .....	15
1.Contextualização Programática.....	15
1.1.    Orientação Curricular .....	15
1.2.    Conteúdo pedagógico leccionado .....	19
2.Metodologia de ensino .....	19
2.1.    Planificação .....	19
2.1.1.    Ao longo do ano lectivo .....	19
2.1.2.    Aulas assistidas - antes .....	21
2.1.3.    Aulas assistidas – Durante .....	22
2.1.3.1.    1ª/2ª Aula – Probabilidade condicionada e axiomática .....	22
2.1.3.2.    3ª Aula – Função exponencial .....	23

2.1.3.3. 4ª Aula – Teorema de Bolzano-Cauchy .....	23
2.1.3.4. 5ª/6ª Aula – Derivadas das funções trigonométricas .....	24
2.1.4. Aulas assistidas - depois .....	25
3.Actividades Extra-Curriculares.....	26
3.1. Árvore de Natal.....	26
3.2. Loto Matemático .....	26
3.3. Dia do Símbolo Matemática.....	27
3.4. Formação MOODLE .....	28
Capítulo III – Últimas considerações .....	31
1. Opinião dos alunos.....	31
2. Conclusões.....	33
Bibliografia .....	35

## Índice de Gráficos

Gráfico 1 - Distribuição por idades e por sexo dos alunos do 12º A. ....	12
Gráfico 2 - Disciplinas preferidas 12º C.....	13
Gráfico 3- Respostas dos alunos à 1ª pergunta do inquérito .....	31
Gráfico 4- Respostas dos alunos à 2ª pergunta do inquérito .....	32
Gráfico 5- Respostas dos alunos à 3ª pergunta do inquérito .....	32
Gráfico 6- Respostas dos alunos à 4ª pergunta do inquérito .....	32
Gráfico 7- Respostas dos alunos à 5ª pergunta do inquérito .....	32

## Índice de Tabelas

<b>Tabela 1-</b> Conteúdo Programático do Tema I.....	<b>16</b>
---	-----------

<b>Tabela 2-</b> Conteúdo Programático do Tema II. ....	<b>17</b>
---	-----------

<b>Tabela 3-</b> Conteúdo Programático do Tema III. ....	<b>18</b>
--	-----------

## Índice de Imagens

<b>Imagem 1-</b> Árvore de Natal Matemática .....	<b>26</b>
---	-----------

<b>Imagem 2-</b> Exemplo de cartão usado no jogo Loto Matemático .....	<b>27</b>
--	-----------

<b>Imagem 3-</b> Pregadeira em forma de pi .....	<b>27</b>
--	-----------

<b>Imagem 4-</b> Capa do material de apoio distribuído na formação MOODLE .....	<b>28</b>
---	-----------



## **Capítulo I – Enquadramento Geral**

### **1. A Escola**

A Escola na qual se realizou este estágio foi a Escola Secundária Fernando Lopes Graça, inicialmente designada por Escola Secundária da Parede. Esta escola foi criada em 1981 e localiza-se na freguesia da Parede, concelho de Cascais, estando enquadrada na Direcção Regional de Lisboa e Vale do Tejo – DRELVT. Frequentam esta escola alunos residentes sobretudo na zona de Parede e São Domingos de Rana. Existem ainda alunos de Carcavelos, e em número inferior de outras freguesias mais distantes que por norma, são alunos que frequentam o ensino nocturno.

Apesar de a Parede ser a freguesia mais pequena de Cascais é aquela que é mais densamente povoada. É uma freguesia que tem vindo a ficar mais envelhecida, segundo os censos de 1991 e 2001. A taxa de analfabetismo situava-se em 2001 em 4,5%.

Em termos de estrutura organizacional, a escola possui os seguintes órgãos: Conselho Geral, Conselho Executivo, Conselho Pedagógico, Coordenadores de Departamento e Coordenadores de Grupo.

É uma escola frequentada sobretudo por alunos do Ensino Secundário.

### **2. Caracterização das Turmas**

À Orientadora Pedagógica, Professora Lourdes Ventura, foram atribuídas duas turmas do 12º ano, A e C. Em ambas a disciplina leccionada era Matemática.

O núcleo de estágio teve intervenção directa em ambas as turmas, porém a prática de ensino supervisionada foi apenas realizada na turma C do 12º ano.

Em relação à turma do 12º A, do curso de Ciências e Tecnologias, a 15 de Setembro de 2009, estavam inscritos na disciplina de Matemática A 25 alunos, dos quais 12 eram raparigas e 13 rapazes, com idades compreendidas entre os 16 e os 20 anos. Destes 25 dois já tinham reprovado anteriormente.

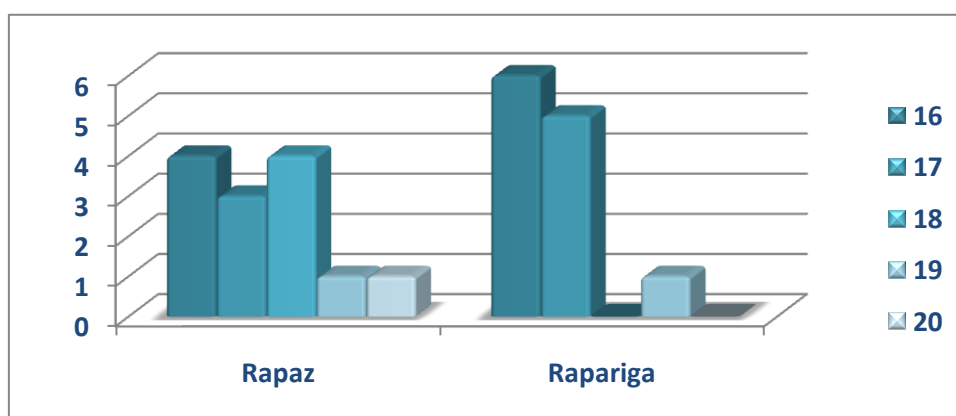


Gráfico 1 - Distribuição por idades e por sexo dos alunos do 12º A.

Em relação à turma do 12º C, do curso de Ciências Socioeconómicas, no início do ano lectivo estavam matriculados 22 alunos, dos quais 14 raparigas e 8 rapazes, na sua maioria portugueses. Desses alunos, 16 vivem com os pais, 5 vivem apenas com a mãe e 1 com o pai ou outro. Apenas um deles não tem computador em casa, situação que se alterou no decorrer do ano lectivo, e neste momento já todos possuem esta ferramenta de trabalho. Maioritariamente vão a pé para a escola, sendo as únicas excepções dois alunos que vão de carro.

Todos eles gostam de estudar sozinhos. Matemática, Economia e Educação Física são as disciplinas que mais alunos preferem, como se pode constatar pelo gráfico abaixo.



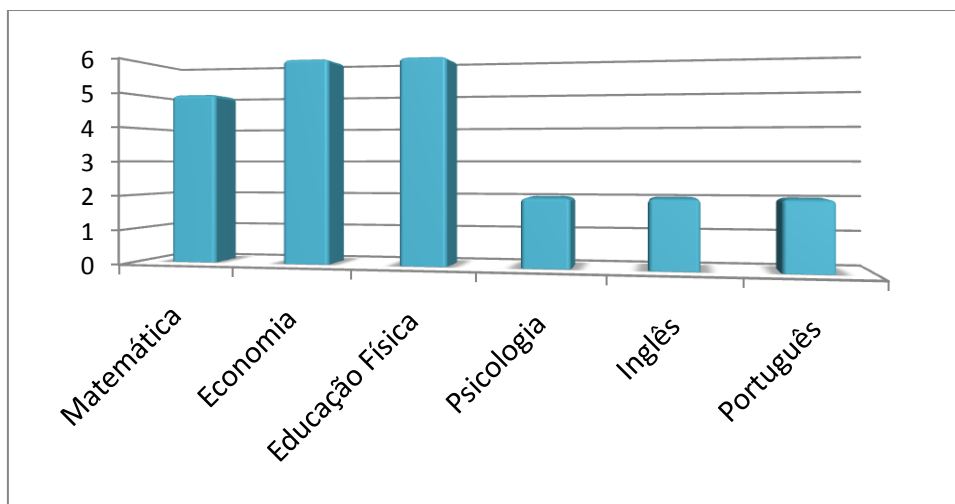


Gráfico 2 - Disciplinas preferidas 12º C.

Onde sentem mais dificuldades é nas disciplinas de Matemática e de Português. Como era de prever, por frequentarem um curso de Ciências Socioeconómicas, pretendem tornar-se Gestores, Economistas, Directores de Marketing, etc.

### 3. Matemática 12º ano

A disciplina de Matemática do 12º ano dá continuidade a muitos dos conteúdos leccionados nos anos lectivos anteriores, exigindo, por isso, conhecimentos de conceitos já trabalhados. No final do ano lectivo, os alunos são submetidos a um exame nacional que marca o fim de um ciclo.

No presente ano lectivo, a carga horária atribuída a esta disciplina, tanto no curso de Ciências e Tecnologias como no curso de Ciências Socioeconómicas, é de 3 blocos de 90 minutos semanais. No entanto, por solicitação dos professores que integram o grupo de Matemática e por aceitação da Direcção da escola, os alunos do 12º Ano contaram com mais um tempo semanal de 45 minutos como complemento curricular. De sublinhar que este acréscimo lectivo integrou a componente não lectiva dos respectivos professores.

O Manual adoptado foi:

- Neves, M. A. F. (et al.) (2009). Matemática A – 12º ano, Porto Editora, Porto.

Houve sempre a preocupação, atendendo às particularidades das turmas, de construir material de apoio. Assim, ao longo de todo o ano lectivo, foram distribuídas diversas fichas de trabalho, fichas informativas e fichas de revisão. Este material revelou-se uma mais valia para o enriquecimento do processo de ensino e de aprendizagem.

#### **4. Direcção de Turma**

Atendendo ao facto da Orientadora Pedagógica ser também Directora de Turma do 12º A, o núcleo de estágio participou também em algumas das reuniões do Conselho de Turma, assim como em alguns aspectos da vida escolar desta turma, que não se englobam nas competências específicas da disciplina de Matemática, tais como problemas de assiduidade, comportamentais, etc.

Foi notório durante todo o ano lectivo a importância do trabalho desenvolvido pela Directora de Turma, como ligação entre Encarregados de Educação e a Escola, uma vez que é através deste elo que os Encarregados de Educação se mantêm informados do nível de assiduidade, pontualidade, comportamento e aproveitamento dos seus educandos, assim como, muitas vezes é através deste contacto que a Escola toma conhecimento de situações que muitas vezes influenciam o comportamento dos alunos dentro dela.

## Capítulo II – Trabalho Desenvolvido

### 1. Contextualização Programática

#### 1.1. Orientação Curricular

De acordo com o Programa de Matemática A para o 12º ano, existe uma divisão em três temas, *Probabilidades e Combinatória*, *Introdução ao Cálculo Diferencial II* e *Trigonometria e Números Complexos*.

A sugestão do Ministério da Educação em relação à distribuição das aulas é a seguinte, em 84 aulas de 90 minutos, 30 são dedicadas ao primeiro tema, outras 30 ao segundo tema, e 24 ao último. Fazendo uma contabilização de 90 aulas previstas de Matemática A para o ano lectivo de 2009-2010, a escola em questão fez a seguinte distribuição: 28 aulas de 90 minutos para o tema I: Probabilidades e Combinatória; 32 aulas de 90 minutos para o Tema II: Introdução ao Cálculo Diferencial II; 19 aulas de 90 minutos para o Tema III- Trigonometria e Números Complexos. As restantes 11 aulas previstas são destinadas a testes e fichas.

O primeiro tema, Probabilidade e Combinatória, foi gerido da seguinte forma:

<b>Unidades de Ensino</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Nº de Aulas Previstas (90 min)</b>
<b>Tema I – Probabilidade e Combinatória</b>	1) Problemas de contagem. Cálculo combinatório. Triângulo de Pascal. Binómio de Newton.	10
	2) Cálculo de probabilidades. Regra de Laplace.	6
	3) Definição axiomática de probabilidades. Probabilidade condicionada. Acontecimentos independentes.	8
	4) Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades.	4

**Tabela 1- Conteúdo Programático do Tema I.**

Este tema vai capacitar os alunos para a interpretação da comunicação baseada em linguagem das probabilidades e de estatística. Para além disso, segundo próprio programa de Matemática A, os próprios processos auxiliares que são usados neste tema são de extrema importância no processo de aprendizagem, ainda para mais quando usados não como a aplicação de fórmulas, mas sim, desenvolvendo o raciocínio combinatório e as conexões matemáticas. À semelhança de outros temas do programa da Matemática do secundário, este é propício para introduzir aspectos da História da Matemática.

Para um melhor acompanhamento deste tema são definidos como pré-requisitos noções elementares sobre conjuntos e probabilidades do 3º ciclo do Ensino Básico.

O segundo tema, Introdução ao Cálculo Diferencial II, é por sua vez dividido da seguinte maneira:

<b>Unidades de Ensino</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Nº de Aulas Previstas (90 min)</b>
<b>Tema II – Introdução ao cálculo diferencial II</b>	1) Função exponencial e logarítmica.	10
	2) Limites. Cálculo de limites de funções e sucessões.	5
	3) Continuidade de uma função. Teorema de Bolzano e assíptotas.	7
	4) Derivadas e aplicações	10

**Tabela 2- Conteúdo Programático do Tema II.**

Neste tema, o Ministério da Educação fomenta a interdisciplinaridade, uma vez que os seus conteúdos são úteis para disciplinas como Física, Química, Economia e Geografia. A utilização de exemplos específicos dessas outras disciplinas, actividades que usem conceitos dados nelas, ou até mesmo actividades em comum, são sugestões para pôr em prática essa colaboração entre disciplinas. É ainda sugerido a utilização de problemas de modelação usando a máquina de calcular ou outros instrumentos, salientando a importância da modelação na actualidade.

São considerados pré-requisitos para esta unidade Funções e Gráficos do 10º ano, Introdução ao Cálculo Diferencial I do 11º ano.

Por fim, o último tema, Trigonometria e Números Complexos, é dividido nos seguintes itens:

<b>Unidades de Ensino</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Nº de Aulas Previstas (90 min)</b>
<b>Tema III – Trigonometria e Números Complexos</b>	1) Funções trigonométricas.	5
	2) Derivadas das funções trigonométricas.	2
	3) Problemas envolvendo funções trigonométricas.	2
	4) Números complexos. Forma algébrica e trigonométrica. Operações.	7
	5) Domínios planos e condições em variável complexa.	3

**Tabela 3- Conteúdo Programático do Tema III.**

Novamente os conceitos leccionados neste tema são muitas vezes usados em outras disciplinas, pelo que, o Ministério da Educação volta a aconselhar uma interdisciplinaridade. Para o estudo destes conceitos, apela-se não só ao estudo intuitivo com o auxílio da máquina de calcular, mas também a cálculo de derivadas simples.

Como pré-requisitos para esta unidade de ensino vem a Trigonometria do tema “Geometria no Plano e no Espaço” do 11º ano.

## **1.2. Conteúdo pedagógico leccionado**

Ao longo do ano, todas as aulas que as estagiárias leccionaram, foram planificadas em conjunto uma vez que ambas tinham o mesmo ano, uma tinha a turma 12º A e a outra a turma 12º C. De cada vez que foi necessário decidir qual seria o conteúdo programático que as estagiárias iriam leccionar, estas reuniram com a Orientadora Pedagógica de modo a tomarem em conjunto essa decisão. Deste modo, cada uma das estagiárias leccionou 2 aulas de Probabilidades (Probabilidade Condicionada e Axiomática), 2 aulas do tema Introdução ao Cálculo Diferencial II (1ª aula – Função Exponencial; 2ª aula – Teorema de Bolzano-Cauchy), e 2 aulas do tema III, Trigonometria e Números Complexos (Derivadas das funções trigonométricas).

## **2. Metodologia de ensino**

### **2.1. Planificação**

#### **2.1.1. Ao longo do ano lectivo**

Desde os primeiros momentos de estágio que se foi começando a preparar tudo com o intuito da prática de ensino supervisionada correr da melhor forma possível, tanto pelo facto, de desde o início as estagiárias participarem em três das quatro aulas semanais da Orientadora Pedagógica, como pela discussão de todas as dúvidas tanto pedagógicas como científicas pelos membros do núcleo de estágio e até mesmo com outros professores da

escola sempre que se propiciava. De facto, apesar do núcleo de estágio ser composto apenas pelos membros que acima referi, houve uma outra professora da escola que em muito colaborou com o referido núcleo, e com a qual eram discutidos vários temas, até porque era essa professora a responsável por leccionar Matemática A à outra turma do 12º ano, a Professora Ana Almeida.

A presença nas aulas dadas pela Orientadora Pedagógica permitiu conhecer as turmas e entende-las como um grupo de alunos com características e necessidades individuais muito específicas. Para além disso, desta forma foi possível ir observando a maneira de actuar da Orientadora Pedagógica, a ver a forma de contornar as dificuldades dos alunos, tentando estabelecer diálogo, e explorando as respostas dos próprios alunos de modo a esclarecer dúvidas utilizando sempre expressões matematicamente correctas.

Para além da assistência a todas as aulas, nas quais as professoras estagiárias eram elementos activos, uma vez que sempre que necessário esclareciam dúvidas aos alunos e ajudavam-nos a resolver os exercícios propostos, também assistiram à maioria das aulas de apoio, nas quais também participavam activamente.

Como o trabalho de um docente não é só planificar aulas e leccioná-las, mas também passa por preparar materiais, tais como fichas de avaliação, e respectiva correcção, foi solicitado às estagiárias que preparassem algumas perguntas com essa finalidade. Em mais do que uma ocasião, as professoras estagiárias corrigiram também alguns testes. Para além disso, todos os testes e fichas de trabalho foram resolvidos.



### **2.1.2. Aulas assistidas - antes**

Um dos factores mais importantes na prática de docente é a preparação das aulas. Para as aulas assistidas as estagiárias tentaram planificar sempre as aulas com o maior rigor possível sempre sob orientação da Orientadora Pedagógica. Essa planificação era sempre discutida com devida antecedência pelo núcleo de estágio com o objectivo da preparação e do esclarecimento de dúvidas. Para além disso houve a preocupação de ter sempre presente as críticas que tinham sido feitas anteriormente no sentido de uma melhoria.

Tentou-se sempre preparar aulas nas quais existisse tanto uma componente teórica como uma componente prática, para além de se ter tentado diversificar ao máximo os instrumentos utilizados em sala de aula. De facto, houve aulas em que apenas se utilizou o quadro branco, outras em que foi utilizado o datashow, e outras em que foi usado o quadro interactivo. As estagiárias optaram por não usar nem os computadores nem sensores nas aulas assistidas por já usarem estes instrumentos em aulas dedicadas às suas investigações científicas, para não correr o risco de tais instrumentos se banalizarem.

Como já foi dito anteriormente, cada estagiária leccionou 6 aulas, 2 de cada tema. Todas elas foram supervisionadas pela Orientadora Pedagógica, quatro foram assistidas também pela Orientadora da Faculdade Professora Doutora Maria Helena Santos, e duas também contaram com a presença do Professor Doutor Filipe Marques.

### **2.1.3. Aulas assistidas – Durante**

#### **2.1.3.1. 1ª/2ª Aula – Probabilidade condicionada e axiomática**

Nestas duas aulas as estagiárias contaram com o apoio de uma apresentação em Powerpoint. Porém, tentaram usá-lo como um elemento secundário e não como elemento principal da aula.

Na primeira aula foram apresentados exemplos que fomentassem a discussão e a participação dos alunos na sua resolução. Pretendia-se que, através desses exemplos, fossem os próprios alunos a construir o conceito de probabilidade condicionada. De seguida, os alunos tiveram uma ficha com exercícios para resolver. Foi dado algum tempo para que os alunos explorassem as situações problemáticas e, de seguida, foram resolvidos no quadro pelos próprios alunos.

A segunda aula, tinha como objectivo primordial estudar a probabilidade da intersecção de dois acontecimentos, trabalhar a probabilidade condicionada e axiomática. A metodologia usada foi semelhante à levada a cabo na aula anterior, isto é, foi fomentada uma discussão com os alunos, com base no que tinha sido leccionado na primeira aula, para que fossem os alunos a chegar à probabilidade da intersecção de dois acontecimentos. De seguida, foram apresentados exemplos, para que eles pusessem em prática esse conhecimento. Concluída esta parte foi leccionada ainda a axiomática das probabilidades, ou seja, verificou-se que a probabilidade condicionada satisfazia os axiomas da teoria das probabilidades, usando a metodologia aplicada anteriormente de manter o diálogo com os alunos de modo a fazer essa verificação, ou até mesmo solicitando a ida ao quadro de alguns deles para o tentarem efectuar.

### **2.1.3.2. 3ª Aula – Função exponencial**

Novamente nesta aula a professora estagiária contou com uma apresentação de Powerpoint para apoio. Esta apresentação foi disponibilizada aos alunos na plataforma MOODLE. Deste modo, os alunos não tiveram necessidade de tirar apontamentos do que estava a ser leccionado, ficando, desse modo, mais libertos para prestar atenção à explicação e exploração dos conceitos.

Para iniciar a aula, a estagiária apresentou uma actividade prática que ilustra uma situação da vida real que pode ser modelada recorrendo à função exponencial. Novamente pretendeu-se que fossem os alunos a chegar à função que modela esta situação. Feito isto, foi dada a definição de função exponencial de base  $a$ , com  $a > 1$ , e feito o estudo completo desta função.

Foi dada ainda ênfase de que são várias as situações da vida real que se podem modelar com esta função. Para finalizar a parte teórica da aula foram leccionadas as regras operatórias das funções exponenciais.

Passando à parte prática foi distribuída uma ficha de trabalho que os alunos foram resolvendo individualmente ou a pares. Alguns dos alunos foram convidados a resolver algumas das questões propostas no quadro.

### **2.1.3.3. 4ª Aula – Teorema de Bolzano-Cauchy**

Esta aula teve como objectivos enunciar o Teorema de Bolzano-Cauchy, aplicá-lo na resolução de problemas e relacioná-lo com aplicações numéricas.

No desenvolvimento desta aula a professora estagiária começou por recordar aos alunos a definição de função contínua num ponto, num intervalo e as operações com funções

contínuas. De seguida, com recurso a um gráfico desenhado no quadro enunciou o Teorema de Bolzano-Cauchy e interpretou-o. Deu exemplos para os alunos ficarem mais esclarecidos e de seguida tentou deixar claro que o recíproco deste teorema não é válido.

Novamente foi distribuída uma ficha de trabalho que foi trabalhada pelos alunos nos respectivos lugares e feita a sua correcção no quadro pelos próprios alunos.

#### **2.1.3.4. 5ª/6ª Aula – Derivadas das funções trigonométricas**

Um dos objectivos desta aula era o cálculo de limites aplicando o limite notável:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$$

e derivar as funções trigonométricas seno e co-seno. Com esta finalidade a professora estagiária recorreu não só à habitual calculadora gráfica, como também ao quadro interactivo. Durante toda a aula houve um esforço por tentar esclarecer todas as dúvidas que surgiram, e tentar manter um diálogo com os alunos, de modo a alcançar os objectivos propostos em conjunto com toda a turma.

Em primeiro lugar fez-se um estudo intuitivo do limite notável

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$$

verificando antes de mais, que se trata de uma indeterminação. Fez-se uma abordagem através da análise do gráfico da função  $y = \frac{\text{sen}(x)}{x}$ , e através da sua interpretação geométrica. Depois de obter um valor para este limite notável, foram estudados outros limites que conduzem a indeterminações, e que se podem calcular recorrendo ao limite notável estudado anteriormente.

De seguida, foi calculada, recorrendo à definição da derivada de uma função, a expressão analítica da derivada da função seno, solicitando sempre a colaboração dos alunos. Foram propostos alguns exercícios de aplicação. Para que os alunos tivessem uma ideia gráfica do que tinham acabado de aprender foi usada uma aplicação demonstrativa no quadro interactivo.

Na segunda aula foi deduzida a expressão analítica da derivada da função co-seno, seguida da resolução de alguns exercícios práticos. Foi ainda deduzida a derivada da função tangente recorrendo ao conhecimento das derivadas anteriormente estudadas. À semelhança do que foi feito na aula anterior usou-se uma aplicação informática para os alunos visualizassem graficamente a relação entre a função tangente e a respectiva função derivada. Foram ainda resolvidos alguns exercícios de aplicação dos conteúdos trabalhados.

#### **2.1.4. Aulas assistidas - depois**

Na sequência de todas as aulas ou blocos de aulas, no caso em que eram leccionadas duas aulas consecutivas, as estagiárias reuniam com os professores Orientadores, de modo a discutir aspectos positivos e negativos do desenvolvimento das actividades lectivas. Todas as sugestões apresentadas foram aceites e consideramos que foram uma mais valia e um enriquecimento pessoal e profissional.

### 3. Actividades Extra-Curriculares

#### 3.1. Árvore de Natal

Foi solicitado aos alunos um motivo matemático para enfeitar uma árvore de Natal.

A foto ao lado é o resultado dessa actividade.

Embora nem todos os alunos tenham aderido a esta iniciativa, considera-se que o objectivo foi atingido. Esta actividade tinha como objectivos promover o gosto pelas aprendizagens e pela procura autónoma dos

saberes, e formar alunos participativos, conscientes dos seus direitos e deveres, e intervenientes na vida da escola.



Imagem 1- Árvore de Natal Matemática.

#### 3.2. Loto Matemático

Durante a semana da escola foi realizada a actividade *Loto Matemático* com os alunos de duas das turmas do 11º ano. Este foi um jogo criado no ano lectivo anterior no âmbito da cadeira de Pedagogia e Didáctica da Matemática II. Com este jogo pretendia-se que os alunos fizessem uma revisão do tema funções e que o fizessem de uma forma divertida. De início os alunos que participaram nesta actividade mostraram-se um pouco apreensivos por se tratar de um jogo de matemática, mas rapidamente se entusiasmaram, sobretudo quando se aperceberam de que havia pequenos quebra-cabeças como prémios.

	$[-5; -3]$ $\cup [-2; 0]$ $\cup [3; 6]$		$-2x^2 + 4x - 1$	
$\{0; 9; 22\}$		$x^2 - 4x + 3$		$\left\{\frac{2}{3}\right\}$
	$[-5; 6]$		$\mathbb{R} \setminus \{2\}$	
$2 \in$		$\{-1\}$		$\{-5\}$

Imagem 2- Exemplo de cartão usado no jogo Loto Matemático.

Esta actividade teve como objectivos promover o gosto pelas aprendizagens e pela procura autónoma dos saberes, formar alunos participativos, conscientes dos seus direitos e deveres, e interventivos na vida da escola e promover o sucesso e combater o abandono escolar.

### 3.3. Dia do Símbolo Matemática

Ainda no âmbito das actividades levadas a cabo durante a semana da escola realizou-se o *Dia do Símbolo Matemático*. Providenciaram-se diversos materiais para que se pudessem construir símbolos matemáticos variados. Esta actividade acabou por não ter a afluência pretendida. Este facto ficou a dever-se, por um lado, a alguma falta de divulgação da actividade e, por outro lado, ao facto de existirem em simultâneo diversas



Imagem 3- Pregadeira em forma de pi.

actividades em que muitos alunos se empenharam verdadeiramente, tais como os torneios de desporto, o jogo *Quem quer ser milionário*. De sublinhar que, de qualquer modo, algumas alunas participaram na actividade nos dois dias em que esta se realizou. Apesar da

grande diversidade de materiais disponíveis, quase todas as alunas quiseram fazer uma pregadeira em forma de pi.

Os objectivos desta actividade foram promover o gosto pelas aprendizagens e pela procura autónoma de saberes, formar alunos participativos, conscientes dos seus direitos e deveres, e intervenientes na vida da escola e promover o sucesso e combater o abandono escolar.

### 3.4. Formação MOODLE

No âmbito do Plano Tecnológico, foram realizadas várias formações para professores, sendo que seria de índole obrigatória para os directores de turma a frequência de uma acção de formação de MOODLE. Neste sentido, foi-me solicitado que desse uma formação (duas sessões) sobre este tema para professores do grupo de Matemática. Para isso foi preparado algum material que se distribuiu aos participantes desta formação. Como havia várias formações sobre esta temática, o número de professores participantes ficou um pouco aquém do expectável. Este facto acabou por beneficiar os professores que nela participaram por ter sido possível um apoio mais personalizado.

Para a realização desta formação foi criada um espaço próprio numa plataforma moodle



Imagem 4- Capa do material de apoio distribuído na formação MOODLE.



gratuita de modo a que todos os presentes pudessem ir praticando aquilo que se ia ensinando. Os objectivos não eram muito ambiciosos, pretendia-se essencialmente que se perdesse o medo de trabalhar com esta plataforma e incentivar o seu uso. Desta forma, os professores participantes aprenderam a fazer tarefas consideradas essenciais na gestão de uma disciplina, de uma plataforma moodle, para uma posterior utilização prática da plataforma da escola.



## Capítulo III – Últimas considerações

### 1. Opinião dos alunos

No final do ano lectivo realizou-se um pequeno inquérito aos alunos, no qual se tentava saber qual o feedback deles em relação às professoras estagiárias. Com ele pretendeu-se saber qual a opinião dos alunos relativamente aos seguintes assuntos:

- Os conteúdos apresentados pela professora estagiária foram abordados de forma clara e perceptível.
- As tarefas propostas pela professora estagiária foram facilitadoras da compreensão dos conteúdos.
- A relação entre a professora estagiária e os alunos criou um ambiente propício à aprendizagem.
- Nas aulas práticas, a professora estagiária deu apoio sempre que solicitado.
- As tarefas desenvolvidas com a professora estagiária, na sala de estudo, contribuíram para melhorar o desempenho na sala de aula.

Pedia-se então aos alunos que classificassem estes tópicos de 1 a 4 sendo que 1 seria se discordassem completamente e 4 se concordassem completamente. Os resultados são os seguintes:

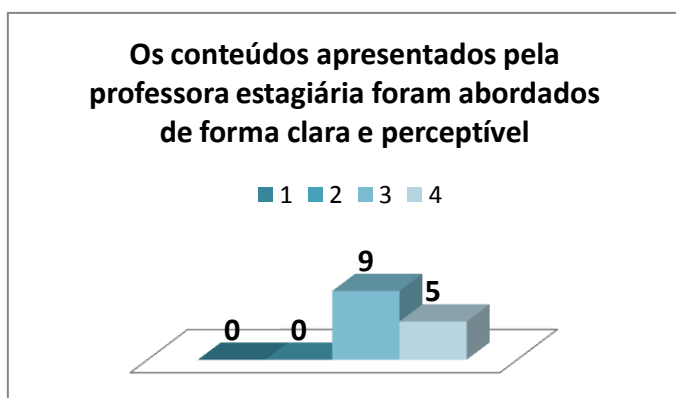


Gráfico 3- Respostas dos alunos à 1ª pergunta do inquérito.

**As tarefas propostas pela professora estagiária foram facilitadoras da compreensão dos conteúdos**

■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4

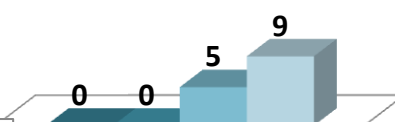


Gráfico 4- Respostas dos alunos à 2ª pergunta do inquérito.

**A relação entre a professora estagiária e os alunos criou um ambiente propício à aprendizagem**

■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4

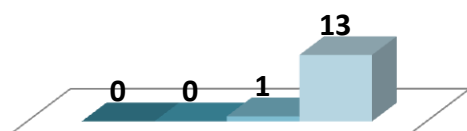


Gráfico 5- Respostas dos alunos à 3ª pergunta do inquérito.

**Nas aulas práticas, a professora estagiária deu apoio sempre que solicitado**

■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4

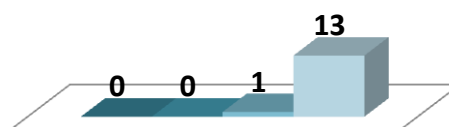


Gráfico 6- Respostas dos alunos à 4ª pergunta do inquérito.

**As tarefas desenvolvidas com a professora estagiária, na sala de estudo, contribuíram para melhorar o desempenho na sala de aula**

■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4

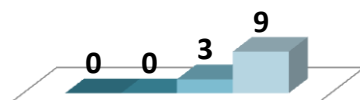


Gráfico 7- Respostas dos alunos à 5ª pergunta do inquérito.

Observando estes resultados pode concluir-se que a visão dos alunos em relação ao ano de estágio é bastante positiva. De realçar o facto de os alunos sentirem que tinham sempre apoio quando o solicitavam e a relação que se criou entre alunos e professora estagiária. Esta relação foi determinante no decorrer do ano lectivo, e foi notória nas aulas assistidas, em que as estagiárias puderam contar com o apoio dos alunos.

## **2. Conclusões**

É inevitável uma certa nostalgia no final de uma etapa destas. Durante um ano inteiro foram-se criando laços não só entre alunos, mas também entre professores e alunos, até mesmo para as professoras estagiárias que só tiveram a oportunidade de trabalhar com eles neste ano lectivo. Penso que o clima vivido tanto dentro da sala de aula como fora dela dificilmente seria mais saudável. O facto da relação da Orientadora Pedagógica com os alunos ser muito bom também acabou por beneficiar o relacionamento entre alunos e estagiárias, para além disso, a maioria dos alunos já estava habituada a ter professoras estagiárias pelo que não estranharam a presença destas nas aulas, muito pelo contrário, quando se tratou de aulas assistidas, ou actividades relacionadas com a investigação científica tentaram ajudar em tudo o que lhes foi possível.

Em relação às aulas leccionadas, houve alguns erros que foram identificados pelos professores Orientadores, que foram tidos em linha de conta em aulas posteriores. Se as aulas fossem dadas novamente de certeza que não seriam dadas da mesma forma, talvez algumas tivessem mais alterações que outras, mas seriam diferentes. Quase certamente durante todo o resto da carreira de docente irão continuar a cometer-se algumas falhas, mas isso também faz parte não só do ser professor, mas do ser humano, errar, aprender com os

seus erros e tentar não os repetir. O ano de estágio serve exactamente para isso, aprender com quem sabe.

O objectivo primordial de toda a escola e em particular das professoras estagiárias foi a aprendizagem dos alunos, para o que o apoio e orientação da Orientadora Pedagógica foram de extrema importância permitindo um aperfeiçoamento no desempenho.

Tentou-se usar metodologias diversificadas, acompanhar os alunos o mais possível, tudo o que pudesse promover um ensino/aprendizagem que conduzisse ao sucesso da turma. Na sua grande maioria os alunos obtiveram sucesso, porém, e como seria de esperar há uma pequena minoria que não o conseguiu alcançar. Procurar causas para isso seria muito ambicioso, até porque o ensino não é restrito à sala de aula nem a Escola o único lugar onde se educa, a única fonte de aprendizagem. O ambiente e a condição social, profissional e económica dos Encarregados de Educação condicionam a aprendizagem do aluno. Compete ao professor ensinar (diversificar estratégias, guiar, motivar), mas é dever do aluno predispor-se a aprender.

Como Dimensteis (1999) defendia em relação aos objectivos de ser professor:

*“Ensinar é orientar, estimular, relacionar, mais que informar. Mas só orienta aquele que conhece, que tem uma boa base teórica e que sabe comunicar. O professor tem que se actualizar sem parar, precisa estar disponível para receber as informações que o aluno vai trazer, aprender com o aluno, interagir com ele.”*

## Bibliografia

- DIMENSTEIN, G. O aprendiz do futuro [acedido em 11 de Junho de 2010]  
<http://www.uol.com.br/aprendiz/aprendiz/index.html>
- Programa de Matemática A do 12º ano [acedido em 7 de Junho de 2010]  
[http://www.dgidec.min-edu.pt/secundario/Paginas/Programas\\_ES\\_M.aspx](http://www.dgidec.min-edu.pt/secundario/Paginas/Programas_ES_M.aspx)
- Plano Anual de Actividades da ESFLG [acedido a 12 de Janeiro de 2010]  
[http://www.esflg.edu.pt/QS\\_PAA.htm](http://www.esflg.edu.pt/QS_PAA.htm)
- Projecto Curricular de Escola da ESFLG [acedido a 12 de Janeiro de 2010]  
[http://www.esflg.edu.pt/QS\\_PCE.htm](http://www.esflg.edu.pt/QS_PCE.htm)
- Projecto Educativo de Escola da ESFLG [acedido a 12 de Janeiro de 2010]  
[http://www.esflg.edu.pt/QS\\_proj\\_educativo.htm](http://www.esflg.edu.pt/QS_proj_educativo.htm)
- Regulamento Interno da ESFLG [acedido a 12 de Janeiro de 2010]  
[http://www.esflg.edu.pt/QS\\_reg\\_interno.htm](http://www.esflg.edu.pt/QS_reg_interno.htm)
- Gestão de Conteúdos de Matemática da ESFLG [acedido a 12 de Janeiro de 2010]  
<http://www.esflg.edu.pt/ensinodiurno.htm#planif>





Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade Nova de Lisboa

Departamento de Matemática

# **À descoberta dos logaritmos**

**Denise Miriam Mendes Torrão**

Relatório de Investigação apresentado à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, nos termos estabelecidos no Regulamento do Mestrado em Ensino de Matemática, para a obtenção do Grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, realizado sob a orientação do Professor Doutor José Matos.

Lisboa

2010



## Resumo

Denise Miriam Mendes Torrão

**PALAVRAS-CHAVE:** função logarítmica; Sketchpad; investigação

Cada vez é mais evidente o esforço por introduzir as novas tecnologias na aprendizagem da Matemática, e por isso são muitos os estudos já realizados neste sentido, porém, numa área tão vasta ainda há muito por estudar e otimizar.

Esta investigação teve como objectivo ver de que forma a utilização do software Sketchpad influencia o estudo das transformações dos gráficos da função logarítmica e foi aplicada a 50 alunos do 12º ano da Escola Secundária Fernando Lopes-Graça, da freguesia da Parede, no ano lectivo 2009-2010.

No início do segundo período, os alunos desenvolveram uma actividade em que investigaram o efeito, a nível gráfico, da alteração de parâmetros na família de funções logarítmicas.

No final do ano, foi pedido aos alunos que resolvessem uma pequena ficha na qual aplicavam os conhecimentos adquiridos na actividade de investigação já realizada. Por fim, foram entrevistados cinco dos alunos que participaram neste estudo.

De uma forma geral, os alunos gostaram da actividade realizada e, na sua maioria, admitem que essa actividade os ajudou a compreender a matéria focada.

No final deste relatório discutem-se ainda resultados e tenta-se chegar a conclusões.



## Abstract

Denise Miriam Mendes Torrão

**KEYWORDS:** function logarithmic; Sketchpad; inquiry

The effort to introduce new technologies in the Mathematical learning is becoming more evident, and many studies are already carried out in this sense, however, in a such vast area there still so much to study and optimize.

The objective of this research was to find how the software Sketchpad can influence the study of the transformations of the graphics of the function logarithmic and it was applied to 50 students of the 12<sup>o</sup> year of the high school Fernando Lopes-Graca, of the council of Parede, in the school year 2009-2010.

In the beginning of the second term the students carried out a token of orientation, they were meant to get there own conclusions when the parameters of the graphic of the logarithmic function were altered. By the end of the year, was asked to the students to solved a small token in which it was applied the knowledge acquired in the activity of inquiry already carried out. Finally, five of the students that participated in this study were interviewed.

Generally the students liked the activity carried out and the majority admits that helped them to understand the matter in question.

More results and conclusions were still discuss in the end of this report.



## Índice

Resumo .....	3
Abstract.....	5
Índice de Imagens .....	8
Índice de Tabelas .....	9
Índice de Gráficos .....	9
Capítulo 1- Introdução:.....	11
Capítulo 2- Revisão de literatura:.....	12
2.1. Investigação em sala de aula .....	12
2.1.1. O que é investigar? .....	12
2.1.2. A investigação matemática .....	12
2.1.3. O que seria uma aula com investigações?.....	13
2.1.3.1. Introdução da tarefa .....	14
2.1.3.2. Realização da Investigação .....	14
2.1.3.3. Discussão dos resultados .....	15
2.1.4. O papel do professor numa aula de investigação .....	15
2.2. As tecnologias como ferramenta de investigação em sala de aula .....	16
Capítulo 3- Metodologia: .....	21
3.1. Objecto de estudo.....	21
3.2. Tipo de estudo .....	21
3.3. Breve descrição do estudo .....	22
3.4. Caracterização da amostra.....	22
3.4.1. Escola.....	22

3.4.2. Alunos .....	23
3.5. Instrumentos de recolha de dados.....	24
3.6. Procedimentos .....	25
Capítulo 4- Resultados .....	27
4.1. Diário da aula .....	27
4.2. Opinião dos alunos a respeito da actividade.....	29
4.3. Resultados da mini-ficha.....	35
4.4. Entrevista .....	39
Capítulo 5- Discussão .....	51
5.1. Actividade prática .....	51
5.2. Mini-ficha .....	54
5.3. Entrevistas .....	60
Capítulo 6- Conclusões.....	65
Referências .....	69
ANEXOS .....	71
ANEXO 1 – FICHA DE ORIENTAÇÃO.....	71
ANEXO 2 – MINI-FICHA.....	79

## Índice de Imagens

Imagem 1- Logotipo da ESFLG .....	22
-----------------------------------	----



## Índice de Tabelas

<b>Tabela 1-</b> Conteúdo Programático do Tema I. ....	<b>16</b>
<b>Tabela 2-</b> Conteúdo Programático do Tema II. ....	<b>17</b>
<b>Tabela 3-</b> Conteúdo Programático do Tema III. ....	<b>18</b>
<b>Tabela 4-</b> Respostas dos alunos à primeira pergunta, 1ª parte, por turma e no total. ....	<b>30</b>
<b>Tabela 5-</b> Respostas dos alunos à primeira pergunta, 2ª parte, por turma e no total. ....	<b>31</b>
<b>Tabela 6-</b> Respostas à pergunta 2 - aspectos positivos, por turma e total. ....	<b>32</b>
<b>Tabela 7-</b> Respostas à pergunta 2 - aspectos negativos, por turma e total. ....	<b>33</b>
<b>Tabela 8-</b> Respostas dos alunos à 3ª pergunta, por turma e total. ....	<b>34</b>
<b>Tabela 9-</b> Resultados da mini-ficha- 12º A. ....	<b>37</b>
<b>Tabela 10-</b> Resultados da mini-ficha- 12º C. ....	<b>38</b>
<b>Tabela 11-</b> Número de respostas erradas, certas e parcialmente incorrectas - 12º A. ....	<b>55</b>
<b>Tabela 12-</b> Número de respostas erradas, certas e parcialmente incorrectas - 12º C. ....	<b>56</b>
<b>Tabela 13-</b> Nº de alunos com determinado número de perguntas incorrectas, correctas e parcialmente incorrectas - 12º A. ....	<b>59</b>
<b>Tabela 14-</b> Nº de alunos com determinado número de perguntas incorrectas, correctas e parcialmente incorrectas - 12º C. ....	<b>59</b>
<b>Tabela 15-</b> Nº de alunos com determinado número de perguntas incorrectas, correctas e parcialmente incorrectas - TOTAL. ....	<b>60</b>

## Índice de Gráficos

<b>Gráfico 1-</b> Frequência de utilização de materiais (materiais manipuláveis, jogos didáticos, computador) - Matemática 2001. ....	<b>16</b>
<b>Gráfico 2-</b> Frequência de utilização da calculadora e do computador em sala de aula – Ponte e Mosquito 2008. ....	<b>17</b>

<b>Gráfico 3-</b> Frequência relativa do uso do computador nas aulas (percentagem relativa ao total dos professores que utilizam computador) – Ponte e Mosquito 2008.....	<b>18</b>
<b>Gráfico 4 -</b> Distribuição por idades e por sexo dos alunos do 12º A. ....	<b>23</b>
<b>Gráfico 5-</b> Respostas à primeira pergunta -1ª parte. ....	<b>31</b>
<b>Gráfico 6-</b> Respostas à pergunta 2 - aspectos positivos – total.....	<b>33</b>
<b>Gráfico 7-</b> Respostas à pergunta 2 - aspectos negativos – total.....	<b>34</b>
<b>Gráfico 8-</b> Resposta dos alunos à 3ª pergunta – total.....	<b>35</b>
<b>Gráfico 9-</b> Dificuldades dos alunos na realização da actividade proposta. ....	<b>54</b>
<b>Gráfico 10-</b> Resultados da mini-ficha - 12º A. ....	<b>57</b>
<b>Gráfico 11-</b> Resultados da mini-ficha - 12º C.....	<b>57</b>
<b>Gráfico 12-</b> Resultados da mini-ficha – TOTAL.....	<b>58</b>

## Capítulo 1- Introdução:

“A tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática; ela influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos.” – (NCTM, 1991, p. 24)

Em Portugal, como noutros países, os programas escolares recomendam a integração de novas tecnologias no ensino da Matemática com vista ao sucesso dos alunos. De facto encontram-se em várias investigações, diversas vantagens da utilização destes recursos no que respeita à aprendizagem matemática.

No programa de Matemática A do 12º ano pode ler-se “é fundamental apresentar actividades diversificadas” utilizando para isso as novas tecnologias, de onde advêm discussões bastante proveitosas com a finalidade de que os alunos entendam os conceitos e não os “decorem” através de exercícios repetitivos.

Porém, não basta introduzir a tecnologia. Há que fazê-lo de uma forma cuidada para se conseguir atingir os fins pretendidos. Os alunos são levados a investigar matemática, ou seja, como diz Ponte (2003), a descobrirem relações entre objectos matemáticos conhecidos ou entre novos objectos matemáticos e procurar identificar e comprovar as respectivas propriedades.

É nesse sentido que se desenvolve esta investigação sob o tema, processos de aprendizagem das funções logarítmicas e da transformação dos seus gráficos com ênfase na experimentação e na visualização gráfica, em contextos computacionais (recurso ao programa Geometer's Sketchpad) e num ambiente de trabalho em grupo. Assim sendo o objectivo deste trabalho é responder à seguinte pergunta: *a utilização da tecnologia, mais especificamente do software dinâmico Geometer's Sketchpad, pode ajudar os alunos a entenderem melhor as propriedades da função logarítmica, nomeadamente, a perceberem o que acontece quando se alteram os valores nos parâmetros nesta família de funções?*

## **Capítulo 2- Revisão de literatura:**

### **2.1. Investigação em sala de aula**

#### **2.1.1. O que é investigar?**

Citando Ponte (2003, p. 2), investigar “significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado”.

Uma investigação tem início no momento em que se formula uma questão e desenvolve-se com as sucessivas tentativas para lhe dar resposta com fundamentação e rigor.

Segundo diversos autores, numa actividade deste tipo os alunos deverão ter a oportunidade de identificar os seus próprios problemas, expressar as suas próprias ideias e desenvolvê-las ao resolver os problemas, testar as suas ideias e hipóteses de acordo com experiências relevantes, assim como defender racionalmente as suas ideias e conclusões e submeter às ideias dos outros a crítica ponderada (Love, 1996, p. 260). Salienta-se ainda que para realizar uma investigação, as questões a ela subjacentes não necessitam de ser de extrema dificuldade, o importante é serem do interesse de quem as estuda, questões essas que, por norma, inicialmente tendem a ser confusas, mas que se vão esclarecendo ao longo da investigação.

#### **2.1.2. A investigação matemática**

A Matemática, muitas vezes encarada como um conjunto de práticas lógicas e demonstrativas, envolve ainda a observação, a experimentação, a indução, a analogia e o raciocínio plausível, aspectos estes que se revelam cruciais no processo criativo (Ponte et al, 1999, p. 1). É importante ter a noção que estas duas vertentes se complementam, uma vez que a segunda é essencial para a criação do conhecimento e a primeira para a sua organização e solidez. De

facto uma actividade matemática rica é constituída por um “trabalho investigativo, com reconhecimento da situação, a formulação de questões a formulação de conjecturas, o seu teste e refinamento e a argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado” (Ponte et al, 1999, p.1).

Pode-se assim dizer que, ao contrário da ideia de que a Matemática é um conjunto de conhecimento organizado de forma lógica e dedutiva, é baseado num processo de criação rico em dúvidas e hesitações. A aprendizagem da Matemática não assenta apenas na compreensão da Matemática já feita, mas também em ser capaz de fazer investigação desta natureza.

Quando se fala neste tipo de matemática o importante não é o chegar à resposta certa, mas sim a exploração da situação que leva a essa resposta. Citando Brocardo (2001), “*o objectivo não é a viagem, é o destino*”.

É importante ainda definir os momentos pelos quais passa a investigação matemática:

- Reconhecimento da situação;
- Formulação de hipóteses;
- Realização de testes;
- Argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

### **2.1.3. O que seria uma aula com investigações?**

Uma investigação em sala de aula poderá começar por uma questão geral ou por uma situação proposta quer pelo professor, que pelos alunos. Deverá ter-se em conta o conjunto de informações que acompanham esta questão geral ou situação, fazendo assim o reconhecimento da situação. De seguida, e atendendo ao que já foi feito, formula-se a questão específica e elaboram-se as hipóteses, que são testadas, e portanto, confirmadas ou refutadas. Consoante o resultado destes testes, os alunos deverão reformular novas hipóteses, caso se

tenha refutado a hipótese anterior, ou seguir em frente com a investigação, caso contrário. As hipóteses podem ser reformuladas as vezes que forem necessárias. De seguida, os alunos validam as hipóteses que foram confirmadas. Todos estes passos estão interligados, podendo voltar-se atrás sempre que se justifique.

Uma aula de investigação é notoriamente diferente da tradicional aula de explicação de matéria, resolução de exercícios e/ou correcção dos mesmos. É uma aula em que entram em acção vários factores, e na qual não se pode prever quais os caminhos que os alunos vão seguir, apenas planear o tipo de trabalho que se vai desenvolver. É esperado que haja discussão entre os alunos sobre o tema da investigação, que eles se envolvam, e que sejam eles próprios a encontrarem o caminho certo que devem seguir.

Pode-se dividir o desenvolvimento de uma aula de investigação em três fases: a introdução da tarefa, a realização da dita tarefa e a discussão dos resultados.

O grande desafio que se coloca aos sistemas educativos actuais é tornar acessível este tipo de experiências, não apenas a uma minoria privilegiada, mas à generalidade dos alunos.

#### **2.1.3.1. Introdução da tarefa**

De uma forma bastante resumida, nesta fase o professor deve fazer a proposta à turma, oralmente ou por escrito (ou ambas). Devem-se clarificar aspectos da tarefa e explicar o tipo de actividade que se pretende que seja desenvolvida pelos alunos. É importante o professor nesta fase não dar demasiadas dicas, mas direccionar os alunos no sentido certo. Esta fase deve ser rápida para que os alunos não percam a motivação.

#### **2.1.3.2. Realização da Investigação**

A tarefa deve ser realizada individualmente, aos pares, em pequenos grupos, ou até mesmo pela turma toda. Todo o trabalho é centrado na actividade do aluno, nas suas ideias e pesquisas, que devem ser valorizadas para que o aluno não se sinta dependente da opinião do

professor, para que possa desenvolver melhor o seu trabalho. O professor pode ir dando sugestões perante um impasse ou simplesmente por achar que é oportuno.

É importante que os alunos façam um registo escrito, pois é neste momento que os alunos se vêem confrontados com a necessidade de explicitar os seus raciocínios.

#### **2.1.3.3. Discussão dos resultados**

Nesta fase, os alunos devem apresentar o seu trabalho aos restantes colegas, promovendo-se um debate e tirando-se as conclusões finais e gerais. É fundamental que os alunos tenham a oportunidade de reflectir sobre a actividade realizada. Sem esta última fase pode-se perder o sentido da investigação.

#### **2.1.4. O papel do professor numa aula de investigação**

Uma aula de investigação é diferente de uma aula comum, assim o papel desempenhado pelo professor numa aula deste tipo também é diferente. É necessário um ponto de equilíbrio por parte do professor. Se, por um lado tem de dar autonomia aos alunos para alcançarem os resultados pelos seus próprios meios, é também importante que os vá dirigindo.

Assim, e segundo Ponte (1999), o professor deverá ter vários papéis numa aula deste tipo:

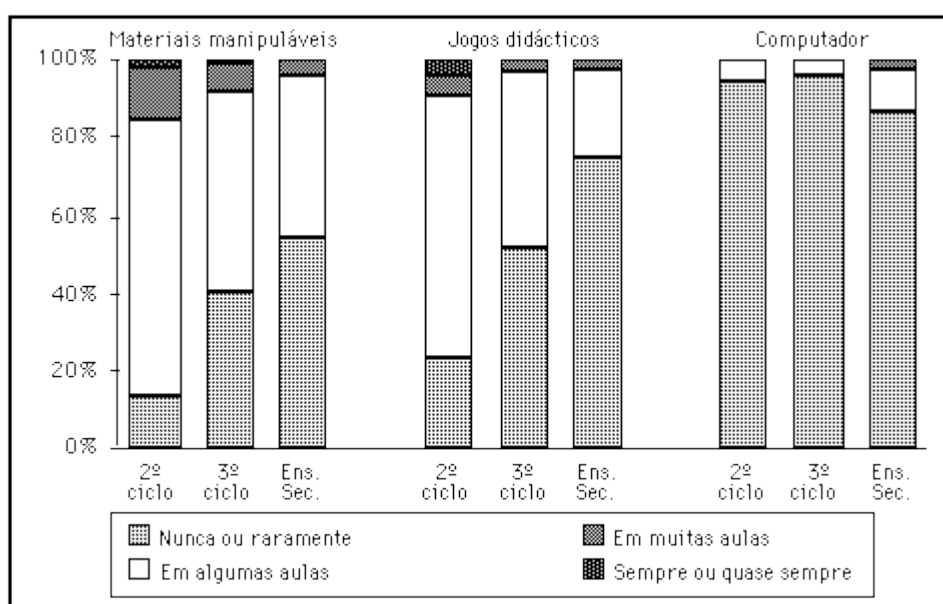
- Estimular os alunos;
- Avaliar o progresso dos alunos;
- Apoiar o trabalho dos alunos.

A imprevisibilidade inerente a este tipo de aula exige do professor uma grande flexibilidade para lidar com as situações novas.

## 2.2. As tecnologias como ferramenta de investigação em sala de aula

Cada vez mais as novas tecnologias estão presentes na sociedade actual, e a escola, como parte integrante dela terá de acompanhar esta tendência. Faz assim todo o sentido que em tarefas de investigação de sala de aula elas também possam estar presentes. Esta é uma forma de tentar contornar um problema já acima referido, isto é, uma tentativa de fazer chegar a tecnologia a todos os alunos.

Também como já foi mencionado, não é só em Portugal que há esta preocupação de introduzir as novas tecnologias no ensino, particularmente, no ensino da Matemática. São vários os documentos que reflectem esta preocupação. Em Portugal temos o caso da APM, que no seu relatório de 2001, reflecte as recomendações que já tinham sido sugeridas no relatório de 1998, e anteriormente, em 1991. Neste documento é apresentada uma análise de vários tópicos relativos ao ensino da Matemática, entre eles a frequência de utilização de materiais, tais como materiais manipuláveis, jogos didácticos e o computador. Nesta altura era de notar uma fraca adesão à utilização dos computadores, tendo 88% dos professores inquiridos declarado que raramente ou até mesmo nunca utilizava esta tecnologia, como se pode verificar no gráfico 3.1.

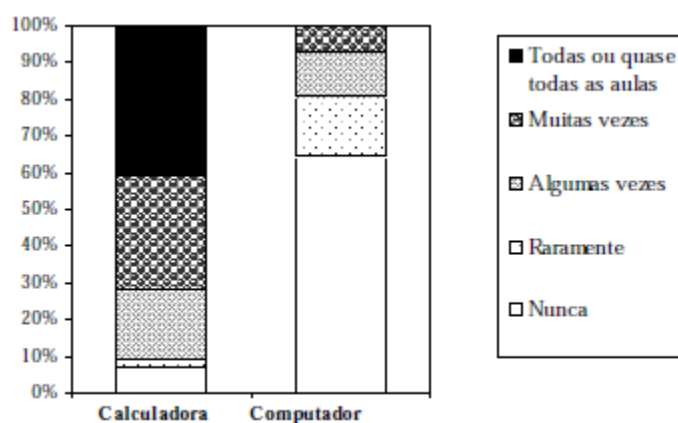


**Gráfico 8- Frequência de utilização de materiais (materiais manipuláveis, jogos didácticos, computador) - Matemática 2001.**



Para justificar esta fraca adesão os professores queixavam-se da falta de equipamento nas escolas e referiam que quando esse equipamento existia era de difícil acesso e, por norma, esse acesso era restringido à área da Informática.

Num outro estudo mais recente levado a cabo por João Pedro da Ponte e Elisa Mosquito sobre as práticas pedagógicas dos professores de Matemática, publicado pela Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação em 2008, é revelado que houve um aumento do uso dos computadores na sala de aula, porém, ainda de uma forma muito subtil. Sem dúvida, que ao contrário da máquina de calcular, o computador, apesar de todo o esforço representado pelo Plano Tecnológico, continua a não ser um objecto muito presente na sala de Matemática. 64% dos professores inquiridos relatam que raramente, ou nunca utilizam o computador nas aulas.



**Gráfico 9- Frequência de utilização da calculadora e do computador em sala de aula – Ponte e Mosquito 2008.**

Dos professores que utilizam os computadores, nota-se que, o software mais utilizado é o Excel, seguido do Sketchpad e do Clicmat. É visível ainda, segundo este estudo que existem dois grandes grupos de programas que são utilizados, um grupo para tarefas mais gerais, tais como o Word, o Powerpoint e Plataforma e-learning, e outro grupo mais específico e focado

para determinadas tarefas, objectivos e conceitos, como é o caso do software de Geometria Dinâmica, concretamente, o Sketchpad, Cabri, etc..

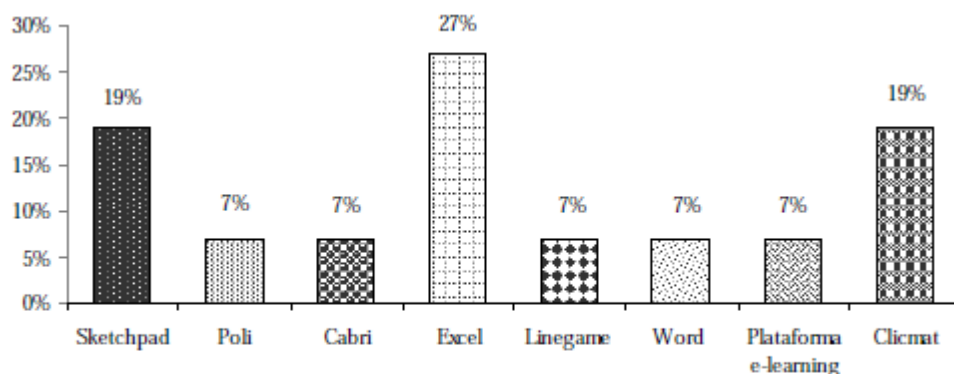


Figura 4 – Frequência relativa das respostas sobre o uso do computador nas aulas (percentagem relativa ao total dos professores que utilizam computador).

**Gráfico 10- Frequência relativa do uso do computador nas aulas (percentagem relativa ao total dos professores que utilizam computador) – Ponte e Mosquito 2008.**

Chega-se assim à conclusão que, apesar de uma certa evolução, ainda se está muito longe de conseguir alcançar as recomendações para o ensino da Matemática "...deve utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados (nomeadamente, situações da realidade e da História da Matemática) e a utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem, nomeadamente, materiais manipuláveis, calculadoras e computadores" (APM, 2001).

No relatório da APM de 2001 é ainda recomendado às escolas que devem ser equipadas com recursos diversificados para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, nomeadamente de computadores e software matemático.

Segundo relatório da APM a autonomia dos alunos, a sua independência e espírito de iniciativa são desenvolvidos pela utilização das tecnologias, e deste modo o papel do professor na sala de aula é alterado, deixando de ter assim o seu total controlo, não no sentido

de falta de autoridade, mas no sentido em que nem tudo o que é usado na sala de aula ser de total domínio do professor, como é o caso do software matemático, e passando mesmo por vezes a haver alunos que dominam melhor determinado tipo de software que o próprio professor, acabando por aprenderem, tanto os alunos como o próprio docente.

Também segundo Domingos (1994) a utilização de ferramentas computacionais é benéfica para os alunos, pois desta forma eles são colocados “no centro do processo de ensino-aprendizagem” e passam a ser eles a chegarem às suas próprias conclusões, construindo por eles próprios, o seu conhecimento. A qualidade da aprendizagem é melhorada, uma vez que, por exemplo, recorrendo a software de Geometria Dinâmica, como o Sketchpad, o aluno pode, modificar um gráfico e visualizar as alterações que se dão a nível dos parâmetros da função, sendo o contrário também possível. Acredita-se que os alunos constroem mais facilmente os conceitos que eles próprios concretizam sendo esta a função do professor, “ensinar a aprender”. O papel deste tipo de tecnologia é precisamente ajudar a investigar.



## Capítulo 3- Metodologia:

### 3.1. Objecto de estudo

Muitas das vezes os conteúdos da disciplina de matemática é leccionada da chamada forma “tradicional”, em que o professor expõe a matéria aos alunos, com ou sem demonstração de como lá chegou, usando para isso os recursos habituais numa sala de aula, o quadro branco.

Neste estudo pretende-se ver qual a reacção dos alunos quando são aplicadas outras metodologias, concretamente o recurso a tecnologias computacionais. Isto é, tentou responder-se à seguinte questão: *a utilização da tecnologia, mais especificamente do software dinâmico Geometer's Sketchpad, pode ajudar os alunos a entenderem melhor as propriedades da função logaritmica, nomeadamente, a perceberem o que acontece quando se alteram os valores nos parâmetros nesta família de funções?*

### 3.2. Tipo de estudo

A investigação que foi feita caracteriza-se como uma investigação-acção, isto porque tem o duplo objectivo de acção e investigação, uma vez que pretende obter resultados nas duas vertentes: a investigação, no sentido de o investigador ficar a conhecer melhor e compreender o que se está a estudar, e por outro lado, a acção, para obter uma mudança de comportamento se assim se justificar. O objectivo principal de uma investigação deste tipo é uma melhoria na prática em diversos campos de acção, neste caso, será uma melhoria na prática docente. É caracterizada por se desenvolver em forma de espiral composta por ciclos de planificação, acção, observação e reflexão. Segundo Fernandes, “O grande objectivo desta metodologia de ensino, é pois, a reflexão sobre a acção a partir da mesma.”

### 3.3. Breve descrição do estudo

Este estudo realizou-se em duas turmas do 12º ano de escolaridade da escola onde a sua autora se encontrava a estagiar.

Depois de analisar o programa de Matemática, tendo também em atenção a altura mais indicada para fazer este estudo, uma vez que sendo realizado em turmas do 12º ano não poderia ficar para o final do ano lectivo pois os alunos têm o exame nacional, e seria mais benéfico para eles fazerem uma actividade para esta investigação na altura do início do segundo período, ou meio deste. Sendo assim, optou-se pelo tema *Função Logarítmica*, mais propriamente no estudo das suas propriedades.

Como as turmas nas quais se fez este estudo eram as turmas onde a autora estagiou foi mais fácil realizar o estudo na medida em que se conheciam os alunos, os seus comportamentos e as suas dificuldades. Para além disso, a empatia criada já na altura das actividades fez com que os alunos colaborassem de uma forma bastante positiva.

### 3.4. Caracterização da amostra

De seguida, faz-se uma breve descrição da amostra com base nos dados fornecidos pelas Directoras de Turma dos alunos.

#### 3.4.1. Escola

Este estudo foi realizado na Escola Secundária Fernando Lopes-Graça inicialmente chamada Escola Secundária da Parede.

Esta escola foi criada em 1981 e localiza-se na freguesia da



Imagem 5- Logotipo da ESFLG.

Parede, concelho de Cascais. Apesar de ser a freguesia mais pequena de Cascais é aquela que é mais densamente povoada.

Os alunos que a frequentam são maioritariamente da zona da Parede e de São Domingos de Rana.

A escola é organizada do seguinte modo: Conselho Geral, Direcção, Conselho Pedagógico, Coordenadores de Departamento e Coordenadores de Grupo. Possui ensino nocturno, porém, é frequentada sobretudo por alunos do Ensino Secundário diurno. No ano lectivo de 2006/2007 a percentagem de alunos subsidiados era de 14,8%.

### 3.4.2. Alunos

Os alunos que participaram deste estudo faziam parte das turmas A e C do 12º ano.

A turma A, do curso de Ciências e Tecnologias, tinha a 15 de Setembro inscritos 25 alunos na disciplina de Matemática A, dos quais 12 eram raparigas e 13 rapazes. As suas idades estavam compreendidas entre os 16 e os 20 anos, com a distribuição apresentada no gráfico seguinte:

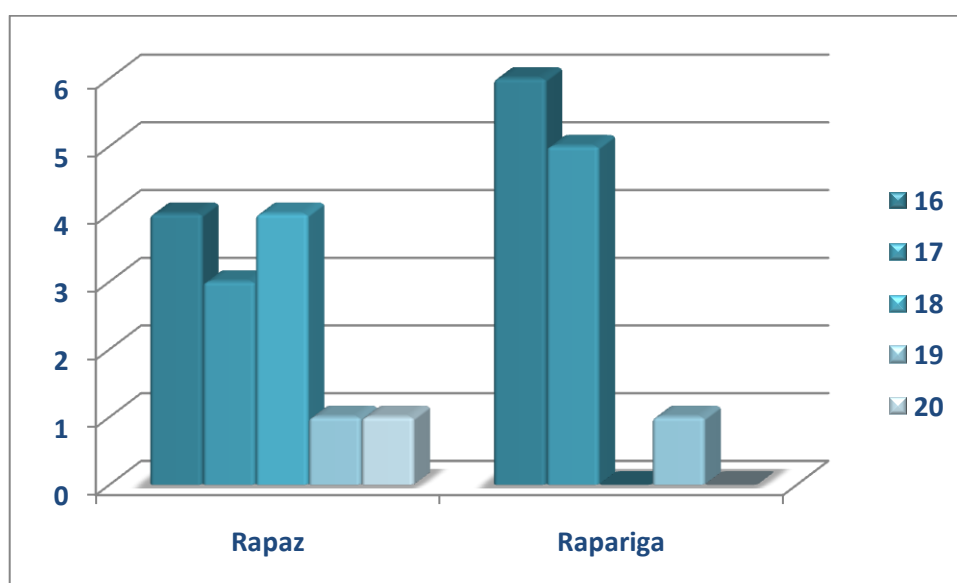


Gráfico 11 - Distribuição por idades e por sexo dos alunos do 12º A.

Por se tratar de uma turma do curso de Ciências e Tecnologias, alguns alunos tinham como disciplina de opção Aplicações Informáticas.

Em relação à turma do 12º C, do curso de Ciências Socioeconómicas, no início do ano lectivo estavam inscritos 22 alunos, dos quais 14 eram raparigas e 8 rapazes, na sua maioria de nacionalidade portuguesa. No início do ano lectivo apenas um aluno não tinha computador em casa. Esse aluno adquiriu computador quando o ano lectivo ia a meio. Os alunos desta turma gostam de estudar sozinhos e têm como disciplinas preferidas Matemática, Economia e Educação Física.

No que diz respeito ao aproveitamento, as duas turmas são semelhantes. Os alunos do 12º A têm uma média final de 12º ano na disciplina de Matemática de 11,78. Os alunos da turma do 12º C têm uma média de 11,73.

### **3.5. Instrumentos de recolha de dados**

Para a realização deste estudo, e atendendo aos objectivos deste trabalho, usou-se uma ficha de investigação numa primeira fase. Nessa ficha de investigação os alunos deveriam estudar propriedades das funções logarítmicas, recorrendo à aplicação Geogebra Sketchpad, uma vez que se pretendia entender a forma como este software é útil aos alunos para a aprendizagem e conhecimento da função logarítmica, em particular ao que acontece quando se alteram os valores nos parâmetros que estão subjacentes a esta função. De seguida, utilizou-se uma mini-ficha de aplicação e, por fim, foi feita uma entrevista a alguns dos alunos das turmas, para se poder analisar os resultados obtidos com a ficha de investigação.



### 3.6. Procedimentos

O plano a seguir para desenvolver este trabalho de investigação foi o seguinte:

#### 1ª Parte –

Em meados de Janeiro leva-se a cabo a primeira parte deste estudo, uma aula na qual os alunos iriam fazer uma actividade com recurso ao programa Geometer's Sketchpad. Nessa aula seria utilizada uma metodologia de investigação, pelo que a professora deveria ter presente o papel que deveria desempenhar numa aula deste tipo, ou seja, orientar os alunos para que eles próprios estabelecessem as suas conjecturas.

Essa actividade foi pensada para que:

- Os alunos trabalhassem em grupos de 2 ou 3 elementos.
- A professora estagiária entregasse uma ficha a cada um dos alunos com as instruções a seguir na realização da tarefa recorrendo ao programa Sketchpad.
- Com a ajuda dessa ficha, os alunos seriam levados a concluir, o que acontece quando se alteram os parâmetros numa família de funções logarítmicas.
- As conclusões dos alunos deveriam ser discutidas ainda no espaço de sala de aula.
- Seria pedido aos alunos um pequeno relatório da tarefa, focando, os aspectos positivos (aquilo que mais gostaram), os aspectos negativos (aquilo que menos gostaram) e quais as dificuldades encontradas durante o desenvolvimento da investigação.
- No final da aula a professora deveria ainda fazer um diário da aula, onde descreveria tudo o que tinha acontecido.

#### 2ª parte –

Numa segunda fase era previsto que, com base nos relatórios entregues, e na observação da aula, fossem escolhidos 6 alunos para entrevistar. Nessa entrevista tentar-se-ia entender

melhor as razões que levaram os alunos a considerar a experiência de positiva ou de negativa, assim como perceber se os alunos tinham construído os conceitos quando abordados com esta metodologia. Pretendia ainda perceber-se quais as vantagens deste tipo de metodologia para o processo de ensino-aprendizagem.

Porém, ao longo do ano lectivo, e à medida que se foram conhecendo os alunos, a segunda parte desta investigação foi sujeita a algumas alterações. Em vez de serem feitas logo as entrevistas, optou-se por fazer no final do 3º período, uma mini-ficha de aplicação dos conceitos dados já no início do 2º período, com a intenção de saber se os alunos ainda se recordavam desses conceitos. Depois de os alunos terem respondido individualmente a essa mini-ficha, e de ter sido feita a sua correcção e análise, seleccionaram-se cinco alunos de ambas as turmas, com características diferentes para serem entrevistados. Procurou-se entrevistar não só bons alunos, mas também alunos com mais dificuldades.

## **Capítulo 4- Resultados**

### **4.1. Diário da aula**

No decorrer das aulas, e como já era de esperar, surgiram situações novas e, por isso houve uma ligeira alteração no plano previamente traçado. Para que ficasse tudo registado, foi escrito um diário de aula, tanto da aula com a turma A como da aula com a turma C. Transcreve-se esse diário:

#### **12ºA – 8h 30m**

Nesta turma houve inicialmente um pequeno atraso na realização da tarefa proposta, uma vez que, por se tratar da primeira aula da manhã, foi necessário transportar os computadores portáteis para a sala de aula. Logo que os 10 portáteis requisitados chegaram à sala, deu-se início à tarefa.

Para isso, os alunos foram organizados em grupos de 2, 3 ou 4 elementos. Logo que esta etapa estava ultrapassada, a professora leu toda a tarefa e explicou cada uma das partes que a constituíam, assim como qual o objectivo que se pretendia com a sua realização. A primeira dificuldade que surgiu foi o facto de um dos computadores não se encontrar operacional. Este problema foi ultrapassado recorrendo a um computador portátil que, de início não iria ser utilizado.

Ao chegarem ao ponto 4 da primeira parte da ficha, os alunos verificaram que não tinham as opções do programa que estavam indicadas nas instruções. A versão do programa instalada nos portáteis não era a mesma que a professora utilizou para elaborar as instruções. Para ultrapassar esta dificuldade, a professora explicou no quadro as alterações a ter em conta com a versão que os alunos estavam a utilizar. Deste modo, os alunos puderam continuar a ficha de investigação.

Alguns dos alunos não entenderam qual a função dos sliders que adicionaram, e qual a vantagem que estes traziam. Chegaram ao final da tarefa sem perceber qual a vantagem de terem utilizado o computador em vez de simplesmente recorrerem à sua calculadora gráfica.

Todos os grupos conseguiram concluir a parte 1 e 2 da ficha, porém, nem todos concluíram os exercícios práticos também presentes na ficha (parte 3). Assim, alguns dos alunos não entenderam a aplicabilidade do que tinham investigado. A comprová-lo, é ter em conta o levantamento de questões do tipo: “Em que parte do exame é que isto sai?”. No entanto, o estudo foi proveitoso para alguns dos alunos. Em conversa posterior com esses alunos foi referido que tinham entendido os conceitos trabalhados, e que a actividade os tinha ajudado também a consolidar conhecimentos prévios.

Notou-se, nesta turma, que o atraso inicial pode ter sido responsável, em parte, pelos frutos pretendidos terem ficado um pouco aquém do pretendido.

Nesta turma notou-se ainda alguma relutância na realização da actividade recorrendo a tecnologias computacionais. Alguns alunos não lhe atribuíram grande valor.

## **12°C – 10h 20m**

Os alunos desta turma, podem ser considerados talvez mais receptivos a desenvolver actividades diferentes.

Tal como aconteceu no 12° A, os alunos foram divididos em grupos de 2, 3 ou 4 elementos. A professora começou por explicar para o grupo turma os diferentes pontos da ficha, bem como o seu objectivo.

Como já se tinha verificado que as instruções na ficha de investigação não estavam 100% de acordo com a versão de software instalada, a professora explicou de início no quadro as alterações a fazer. Assim, os alunos desta turma beneficiaram deste apoio atempado bem como do facto de não terem perdido tempo com o transporte dos computadores portáteis, pois

estes já se encontravam na sala de aula quando os alunos entraram. Esses factos, associados possivelmente ao maior interesse por parte de muitos dos alunos desta turma na realização desta actividade foram as possíveis causas para que, pelo menos a maioria dos alunos da turma tivesse conseguido terminar a actividade.

Notou-se também nesta turma que alguns alunos, talvez por não terem entendido a vantagem que os sliders lhes trazia, ou por não darem importância ao facto de poderem ver as alterações do gráfico das funções não consideraram que o computador lhes tivesse trazido muita vantagem em relação à calculadora gráfica. Também nesta turma surgiu a questão, “como é que esta actividade entra no exame?”. Por haver mais tempo, esta questão foi alvo de alguma discussão e, por isso, pelo menos a maioria dos alunos apercebeu-se da importância desta actividade e das conclusões a que tinham chegado.

No final da aula, também os alunos desta turma preencheram a última parte da ficha, de forma anónima, com a opinião de cada um sobre a actividade. A professora optou pelo anonimato com o objectivo de obter, de cada aluno, aquilo que, na realidade, a cada um se lhe oferecia dizer sobre a actividade.

#### **4.2. Opinião dos alunos a respeito da actividade**

Como já foi referido, a ficha entregue aos alunos possuía uma última parte na qual se pedia a opinião dos alunos acerca do que tinham acabado de fazer. Eram colocadas as seguintes questões:

*Esta ficha ajudou-o no estudo das transformações dos gráficos da função logarítmica? De que modo?*

*Indique os aspectos positivos e os aspectos negativos no desenvolvimento desta actividade.*

*Indique as dificuldades com que se deparou ao desenvolver esta actividade.*

Em ambas as turmas realizaram a actividade 25 alunos, ou seja, um total de 50 participantes.

Por serem de questões de resposta aberta, o seu tratamento tornou-se mais complicado. Para o fazer tentou-se agrupar as respostas dos alunos em itens.

Na primeira questão, respostas como *“consequimos compreender melhor as transformações”*, *“deu para entendermos melhor as transformações que ocorrem quando se fazem alterações na função”*, *“começamos a perceber como os gráficos da função logaritmica funcionam”*, etc foram agrupados no item *Perceber melhor o comportamento da função*. Respostas como *“ajudou na forma de vermos como eram os gráficos das funções”*, *“podemos observar as transformações dos gráficos da função logaritmica”*, *“permitiu-nos observar rapidamente as transformações”*, *“pude ver de maneira clara as variações das funções de acordo com as mudanças feitas”* foram colocadas no item de resposta *Melhor visualização do que acontece às funções*. Muitas vezes aconteceu que os alunos que diziam visualizar o que acontecia aos gráficos da função logaritmica com as alterações sugeridas também diziam que isso os ajudava a entender melhor o comportamento da função. Ainda assim, optou-se por separar estes dois itens. De modo análogo foram agrupadas respostas que apesar de escritas de forma diferente se crê que o significado seja o mesmo. Os resultados desta primeira pergunta foram divididos em duas partes, em primeiro lugar, o facto de sentirem que a ficha os tinha ajudado no estudo das transformações dos gráficos da função logaritmica e, uma segunda, em que responderam de que modo os pode ter ajudado. Esses resultados encontram-se nas tabelas e gráficos abaixo.

<b>Turma</b>	<b>12º A</b>	<b>12º C</b>	<b>TOTAL</b>
<b>Sim</b>	19	19	<b>37</b>
<b>Um pouco</b>	3	1	<b>4</b>
<b>Não</b>	3	5	<b>8</b>

**Tabela 4- Respostas dos alunos à primeira pergunta, 1ª parte, por turma e no total.**

## Respostas à primeira pergunta - 1ª parte

■ Sim ■ Um pouco ■ Não

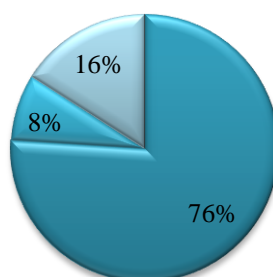


Gráfico 12- Respostas à primeira pergunta -1ª parte.

			12º A	12º C	TOTAL
<b>Prós</b>	<b>A</b>	<b>Interactivo/dinâmico</b>	3	2	<b>5</b>
	<b>B</b>	<b>Fica-se a perceber melhor o comportamento</b>	10	9	<b>19</b>
	<b>C</b>	<b>Melhor visualização do que acontece às funções</b>	9	8	<b>17</b>
	<b>D</b>	<b>Precisão do que acontece com as alterações</b>	1		<b>1</b>
	<b>E</b>	<b>Menos dúvidas em relação ao que acontece</b>	1		<b>1</b>
	<b>F</b>	<b>Relação entre o ponto de intersecção do gráfico com os eixos e os parâmetros estudados</b>		2	<b>2</b>
	<b>G</b>	<b>Diversificação dos métodos de aprendizagem</b>		1	<b>1</b>
	<b>H</b>	<b>Mais divertido</b>	1		<b>1</b>
	<b>I</b>	<b>Esclarecer dúvidas</b>		1	<b>1</b>
<b>Contras</b>	<b>J</b>	<b>Fazer sem pensar</b>	1		<b>1</b>
	<b>K</b>	<b>Faz-se com a calculadora o mesmo</b>	1	2	<b>3</b>
	<b>L</b>	<b>Não gosto do programa</b>		2	<b>2</b>
	<b>M</b>	<b>Não sei trabalhar com o programa</b>		1	<b>1</b>

Tabela 5- Respostas dos alunos à primeira pergunta, 2ª parte, por turma e no total.

A pergunta seguinte colocada aos alunos tinha a intenção de ficar a saber quais os pontos positivos e negativos na opinião deles em relação à actividade realizada. Os resultados foram os seguintes:

**Aspectos positivos:**

	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>TOTAL</b>
<b>Ajuda a compreender a matéria</b>	12	9	<b>21</b>
<b>Aula diferente</b>	2	4	<b>6</b>
<b>Interacção entre os alunos</b>	3	4	<b>7</b>
<b>Clareza</b>	4		<b>4</b>
<b>Objectividade</b>	2		<b>2</b>
<b>Dinamismo</b>	5	1	<b>6</b>
<b>Trabalho em grupo</b>	3	2	<b>5</b>
<b>Trabalhar com o pc</b>	2	4	<b>6</b>
<b>Interessante</b>	3	2	<b>5</b>
<b>Trabalho mais prático</b>	2	3	<b>5</b>
<b>Aula cativante</b>	2	1	<b>3</b>
<b>Pensar pela própria cabeça/”aprendermos por nós próprios”</b>		3	<b>3</b>
<b>Conhecimento do programa</b>		1	<b>1</b>
<b>Divertido</b>		1	<b>1</b>
<b>Resumo da ficha no final</b>		1	<b>1</b>

**Tabela 6- Respostas à pergunta 2 - aspectos positivos, por turma e total.**



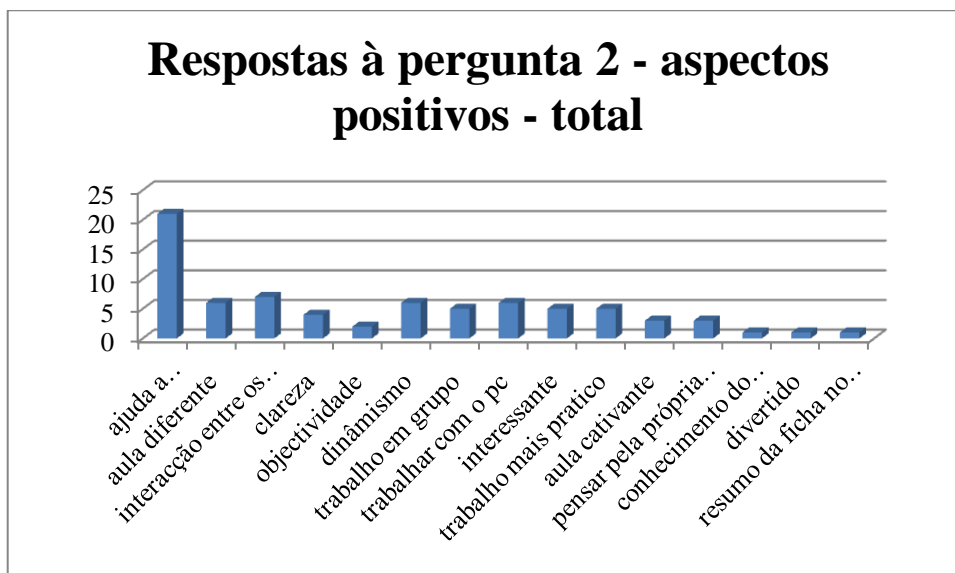


Gráfico 13- Respostas à pergunta 2 - aspectos positivos – total.

#### Aspectos negativos:

	A	C	TOTAL
Demasiado grande	3	3	6
Não se aprende muito	1		1
Pouco interessante	1		1
Perda de uma aula	1		1
Pouco produtiva	1	1	2
Dificuldade de utilização do programa	5	3	8
Origina a distração dos alunos	1	2	3
Não gostarem de trabalhar no pc	1		1
Gralha na ficha de orientação	3		3
Ficaram dúvidas		1	1
Repetitivo		1	1
Dificulta a percepção da matéria	1	1	2
A máquina de calcular seria mais útil		1	1
Pouco relevante para o exame final		2	2
Dificuldade em aplicar estes conhecimentos em exercícios		2	2

Tabela 7- Respostas à pergunta 2 - aspectos negativos, por turma e total.

## Respostas à pergunta 2 - aspectos negativos - total

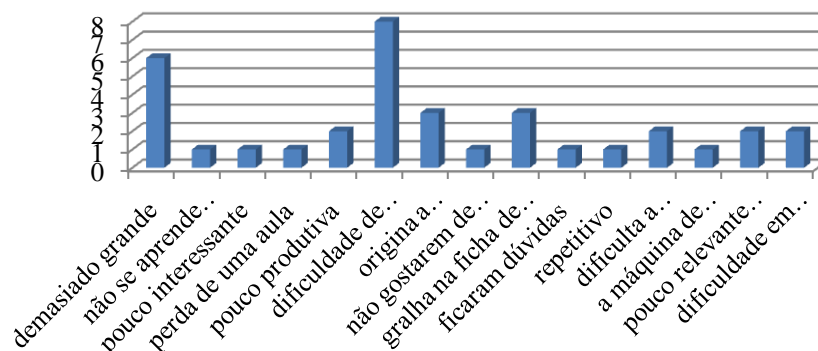


Gráfico 14- Respostas à pergunta 2 - aspectos negativos – total.

Nesta ficha orientada ainda se encontrava uma questão em relação às dificuldades com que os alunos se tinham deparado na sua realização. As respostas dos alunos foram as seguintes:

	A	C	TOTAL
<b>Utilização do programa</b>	8	9	<b>17</b>
<b>Comunicação com o grupo</b>	1		<b>1</b>
<b>Tradução do que se "via" no pc para o papel</b>	2		<b>2</b>
<b>Computador lento</b>	1		<b>1</b>
<b>Gralha na ficha</b>	6		<b>6</b>
<b>Falta de tempo</b>		1	<b>1</b>
<b>Dificuldade na matéria</b>		1	<b>1</b>
<b>Encontrar as relações pedidas</b>	1	2	<b>3</b>
<b>Aplicação da matéria</b>		3	<b>3</b>
<b>Nenhuma</b>	4	5	<b>9</b>
<b>Sem resposta</b>	4	4	<b>8</b>

Tabela 8- Respostas dos alunos à 3ª pergunta, por turma e total.

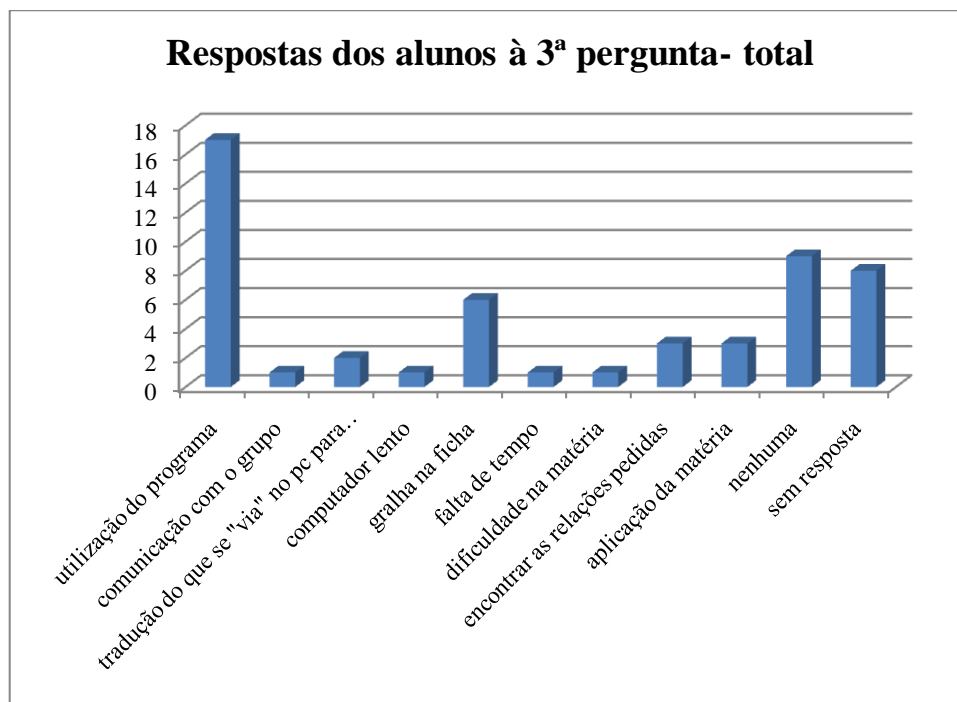


Gráfico 15- Resposta dos alunos à 3ª pergunta – total.

### 4.3. Resultados da mini-ficha

No seguimento desta investigação, e como já foi referido foi feito no final do ano lectivo uma mini-ficha para saber o que tinha ficado no que diz respeito às transformações do gráfico da função logarítmica. Esta foi considerada a melhor época para a distribuição desta ficha pois, por um lado, minimiza-se o “decorar” do aspecto que as funções tinham na ficha feita no início do segundo período e, por outro lado, esperava-se que os alunos já tivessem começado a estudar para se prepararem para o tão próximo exame nacional a que teriam que ser sujeitos.

A ficha poderia ser considerada à primeira vista um pouco ambígua, uma vez que se pedia aos alunos para esboçarem o gráfico de uma função dando parâmetros aleatórios, porém, o objectivo era exactamente esse, para que assim se pudesse observar o modo como os alunos a iriam resolver, e se tinham ou não dificuldades na sua interpretação.

Como era uma actividade simples, apenas foi necessário usar os últimos 15 minutos de uma das aulas de Matemática para a levar a cabo. Compreende-se que, nesta altura, os alunos estivessem um pouco ansiosos com a proximidade do exame nacional e, por isso, tentou realizar-se uma tarefa que, por um lado obtivesse os dados precisos para a investigação, mas que fosse simples e relativamente rápida de realizar.

Na aula em que se aplicou esta mini-ficha estavam presentes 24 dos 25 alunos que realizaram a actividade inicial da turma do 12º A. O mesmo aconteceu na turma do 12º C, em que se encontravam também 24 dos 25 alunos que fizeram a ficha orientada.

Como não se tratava de uma ficha que contasse para a sua avaliação final do ano, decidiu-se não a classificar. Assim, para a sua análise, cada questão certa foi registada com um símbolo ✓, e cada questão errada foi assinalada com um símbolo ✗. Para além disso, nos casos em que, por exemplo, os alunos não esboçaram os gráficos tendo em conta as suas assíntotas, ou quando assinalaram mal o ponto de intersecção da função com os eixos coordenados, colocou-se um símbolo ? mais uma vez para ter a ideia daquilo que os alunos sabiam ao certo sobre este tema.

Os resultados são os apresentados nas seguintes tabelas de classificação:

12º A

Nº aluno	Nome aluno	1	2	3	4	5	6	7
1	Ana Gonçalves	?	×	✓	✓	?	✓	✓
2	Ana Silva	?	×	×	?	?	✓	?
3	Andreia Martins	?	✓	✓	✓	✓	✓	?
6	Bárbara Tomé	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
7	Branca Encarnação	?	✓	✓	?	?	✓	?
9	Carolina Ponte	✓	?	✓	✓	✓	✓	✓
10	Claúdia Borges	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
11	Cristina Valença	✓	✓	✓	✓	?	✓	?
12	David Limpo	✓	×	?	✓	?	?	?
13	Diogo Escalda	✓	×	✓	?	?	✓	?
14	Erick Miranda	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
15	Gabriel Bocanel	?	✓	✓	?	?	✓	✓
16	Inês Carvalho	✓	✓	✓	?	?	?	?
17	Inês Ferreira	✓	×	✓	?	?	?	?
18	Joana Florêncio	?	✓	✓	✓	?	✓	?
19	José Soares	✓	×	✓	✓	?	?	?
20	Lara Neves	?	✓	✓	?	?	✓	?
22	Mariana Lopes	?	?	?	?	?	✓	?
23	Ricardo Morgado	?	✓	✓	✓	?	✓	✓
24	Rui Santiago	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
25	Sérgio Almeida	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓
26	Silvia Luis	?	×	✓	×	?	?	?
27	Tiago Cardoso	✓	?	✓	✓	?	✓	?
28	Tomás Melo	✓	✓	✓	✓	✓	✓	?

Tabela 9- Resultados da mini-ficha- 12º A.

12º C

Nº aluno	Nome aluno	1	2	3	4	5	6	7
2	Ana Catarina Assunção	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3	Ana Madeira	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
4	Anaísa Gonçalves	?	?	✓	?	✓	✓	✓
5	Andreia Filipa Nunes	?	?	✓	✓	?	✓	?
6	Andreia Arcanjo	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
7	António Pedro Dias	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
8	Catarina Silva	?	✗	✓	✗	✓	✗	✗
10	Catarina Ventura Silva	?	✓	✗	?	✗	✗	✗
13	Francisco Vieira	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
14	Helga Silva	?	✓	✓	✓	✓	✓	✓
15	Ivo Gregório	?	✓	✓	✓	✓	✓	✓
16	Jéssica Fonseca	?	✗	✓	✓	?	✓	?
17	Joana Moura	?	✓	✓	✓	?	✓	?
19	Mariana Figueiredo	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
20	Mónica Pereira	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
21	Mónica Silva	✓	✓	✓	?	✓	✓	✓
22	Patrícia Ferreira	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
23	Pedro Viana	✓	?	✓	✓	✓	✓	✓
25	Sara Ferrão	?	?	✓	✓	?	✓	✓
26	Sofia Rocha	✓	✗	✓	✓	?	?	?
27	Tomás Silva	✓	✓	✓	✓	?	✓	✓
28	William Gomes	?	✓	✓	?	?	✓	?
29	Diana Silva	✓	✗	✓	✓	✓	✓	✓
30	Diogo Melo	✓	✗	?	✓	✓	✓	✓

Tabela 10- Resultados da mini-ficha- 12º C.

#### 4.4. Entrevista

Na escolha dos alunos para entrevistar nesta fase final de investigação, teve-se em conta os seguintes aspectos:

- Empenho e motivação na actividade de investigação;
- Respostas dadas à mini-ficha;
- Aproveitamento na disciplina de Matemática.

Foram assim escolhidos cinco alunos com características diferentes. Assim foram entrevistados alunos com um bom aproveitamento, com um aproveitamento razoável, e alunos com mais baixo rendimento na disciplina de Matemática. Esses cinco alunos, quando convidados a fazer uma entrevista, mostraram uma total colaboração. Para não se mencionar nomes de alunos resolveu-se atribuir o nome aluno A, aluno B, aluno C, aluno D e aluno E aos vários entrevistados.

#### **Aluno A (12º A)**

##### **PARTE I**

1. Para resolver a mini-ficha sobre transformações do gráfico da função logarítmica usou máquina de calcular?

*Usei*

2. Acha que a ficha de orientação feita no final do primeiro período a ajudou de algum modo a responder a esta mini-ficha?

*Sinceramente vou dizer que não porque sinceramente já nem me lembrava muito bem de termos feito esse trabalho este ano, porque foi um bocado complicado de apresentação e*

*acabamos por nos perder um bocado, mas ajuda-nos a visualizar melhor o que se passa realmente, mas acho que a máquina de calcular ajuda mais, é mais eficaz.*

**3. Gostaria de ver abordado este tema de outra forma usando o computador? Qual?**

*Em relação ao computador acho que um dia vamos, em vez de estar com um papel é com computador, acho que é o futuro basicamente, acho que é até mais fácil, se calhar ter a máquina calculadora no computador também, acho que era uma maneira mais fácil de observar em vez de estar com outros programas.*

**4. Teria alguma sugestão para a abordagem deste assunto sem recorrer ao computador?**

*Acho que a máquina calculadora é mais fácil para os alunos visualizarem, não vejo de outra maneira, escrito ninguém toma atenção, nem dão importância.*

**5. Qual a utilidade da máquina de calcular no estudo das transformações dos gráficos de funções?**

*Acho que é o essencial porque através da máquina nós conseguimos visualizar as funções, conseguimos visualizar as janelas, conseguimos ter noção do que é que..., podemos ter mais do que uma função ou seja, podemos conseguir comparar cada função, enquanto que se calhar sem calculadora não conseguíamos estar a desenhar e isso tudo, é muito mais complicado do que se tivermos a usar uma máquina de calcular.*

**6. Se não pudesse usar máquina no exame nacional acha que iria encarar este assunto de outra forma?**

*Era muito mais complicado de certeza, para grande parte dos alunos, eu, principalmente, porque já, nós que já nos habituamos com a utilização da máquina, acabamos por estar um bocado dependentes dela, ou seja, se nós não a tivéssemos se calhar íamos ficar, Ok, como é que isto se faz?, não íamos saber fazer, eu muito possivelmente não ia conseguir fazer, ia*



*ficar a pensar uma vez, duas vezes, se calhar tentava fazer à mão qualquer coisita, e a forma de chegar à matéria provavelmente também seria diferente.*

## **PARTE II**

### **1. Considera importante o uso de actividades diversificadas em contexto de sala de aula?**

*Acho, porque se nós tivermos sempre com o mesmo género de aula os alunos acabam por se cansar um bocado, ficar um bocado desmotivados, e pensar, ahh, lá vamos nós mais uma vez para mais uma aula de matemática... fazer exercícios e dar matéria! Sentimos que se tivermos um computador ou uma actividade mais engraçada como a da bola de basquete que nós tivemos nos sentimos um bocado mais motivados para a matemática, porque hoje em dia a matemática é assim como um pé-de-vento, toda a gente acha que a matemática é super difícil, mas se levarmos a matemática mais na brincadeira, é mais fácil de encará-la.*

### **2. Acha que é benéfico para a aprendizagem que sejam os alunos, com actividades orientadas, a chegarem aos resultados pretendidos?**

*Acho que é importante, porque se calhar vai perceber como chegou àquela conclusão e ao chegar àquela conclusão também o aluno vai se calhar quando chegar a um exercício vai perceber, ah isto foi o que eu fiz, não tem aquilo decorado na cabeça, não é só uma fórmula, ou não é só a transformação que está no quadro explicada pela professora assim às três pancadas e pronto, é uma coisa que nós percebemos por nós próprios.*

**PARTE I**

1. Para resolver a mini-ficha sobre transformações do gráfico da função logarítmica usou máquina de calcular?

*Sim*

2. Acha que a ficha de orientação feita no final do primeiro período o ajudou de algum modo a responder a esta mini-ficha?

*Sim, acho que ajudou, mas acho que essas duas aulas foram muito distantes umas das outras, mas eu me lembro que eu gostei muito dessa aula, por acaso, normalmente eu não gosto da aula com o Sketchpad, acho que a turma não fica muito atenta, não fica muito motivados, eu no meu caso não consigo aprender muito bem com estas demonstrações, mas no caso desta aula eu até gostei, foi de boa utilidade.*

3. Gostaria de ver abordado este tema de outra forma usando o computador? Qual?

*Não, não a não ser que tenha outro programa que explique melhor essas funções, mas acho que está bom esse programa.*

4. Teria alguma sugestão para a abordagem deste assunto sem recorrer ao computador?

*Ah, desenhando no quadro, mostrando como varia e cada aluno consultando a sua própria máquina vendo as variações, somando e afins.*

5. Qual a utilidade da máquina de calcular no estudo das transformações dos gráficos de funções?

*Eu acho que é mesmo poder visualizar mais rapidamente a função para ter uma função mais analítica mas partindo de um modo visual. A gente bota a função na calculadora e já dá essa diferença da original para a modificada e aí já pode perceber melhor como essa modificação se deu.*

6. Se não pudesse usar máquina no exame nacional acha que iria encarar este assunto de outra forma?

*Ah, acho que sim, a calculadora facilita o estudo da função e já facilita no ponto da gente compreender a material mas também facilita de um modo a gente não estudar bastante, por exemplo se fosse sem calculadora obviamente teríamos de ter muito cuidado muito maior para saber quando multiplicamos a função, como ela vai crescer, em que pontos ela vai tocar no máximo e o mínimo, e na realidade actual a gente vê na hora, máquina, então não temos esse estudo prévio, mas um estudo na hora da função. Esse estudo é diferente.*

## **PARTE II**

1. Considera importante o uso de actividades diversificadas em contexto de sala de aula?

*Sim, acho que sim, para quebrar o clima de sala de aula. Tem muita indisciplina, e então acho que é bom fugir sempre para outros lados, para gerar mais interactividade entre alunos e professor, e para testar essas novas tecnologias que estão aí para ser usadas.*

2. Acha que é benéfico para a aprendizagem que sejam os alunos, com actividades orientadas, a chegarem aos resultados pretendidos?

*Quando o aluno chega a uma conclusão pela própria cabeça eu acho que é mais garantido que ele aprendeu aquela coisa, só que às vezes as aulas não são muito bem guiadas e os alunos não chegam a essa conclusão e acabam por ficar num meio-termo entre “ah estou ali no computador a mexer a função ahhh a função assim”, mas não sabem porque a função mexe daquele jeito, então se o aluno consegue chegar a uma conclusão boa por ele mesmo é bom, mas ele tem que chegar à conclusão, mas o que acontece é que às vezes o aluno não chega à conclusão.*

**Aluno C (12º C)**

## **PARTE I**

1. Para resolver a mini-ficha sobre transformações do gráfico da função logarítmica usou máquina de calcular?

*Ajudou*

2. Acha que a ficha de orientação feita no final do primeiro período o ajudou de algum modo a responder a esta mini-ficha?

*Ajuda a compreender melhor os conceitos, acho eu, a perceber melhor como é que aquilo dá.*

3. Gostaria de ver abordado este tema de outra forma usando o computador? Qual?

*Acho que não, o computador e as novas tecnologias ajudam sempre muito, e a calculadora também, ajuda sempre muito.*

4. Teria alguma sugestão para a abordagem deste assunto sem recorrer ao computador?

*Se calhar através de jogos, ou experiências da vida real mesmo, por exemplo, não sei se terá muito a ver, mas actividades do género da bola que fizemos.*

5. Qual a utilidade da máquina de calcular no estudo das transformações dos gráficos de funções?

*Ajuda muito a visualizar o gráfico.*

6. Se não pudesse usar máquina no exame nacional acha que iria encarar este assunto de outra forma?

*Teríamos de recorrer a métodos analíticos, mas acho que se interiorizarmos bem a matéria vai dar ao mesmo, a máquina não faz, ajuda.*

## **PARTE II**

1. Considera importante o uso de actividades diversificadas em contexto de sala de aula?

*Acho que sim, para chamar a atenção dos alunos. Matemática são muitos blocos, e se for sempre a professora a dar matéria no quadro é difícil.*

2. Acha que é benéfico para a aprendizagem que sejam os alunos, com actividades orientadas, a chegarem aos resultados pretendidos?

*Não posso dizer exactamente se sim ou não, mas acho que é muito bom, faz-nos pensar mais e ajuda-nos a desenvolver as nossas capacidades.*

**PARTE I**

1. Para resolver a mini-ficha sobre transformações do gráfico da função logarítmica usou máquina de calcular?

*Utilizei*

2. Acha que a ficha de orientação feita no final do primeiro período o ajudou de algum modo a responder a esta mini-ficha?

*Eu acho que sim, mas acho que eu utilizo muito a calculadora.*

3. Gostaria de ver abordado este tema de outra forma usando o computador? Qual?

*Eu antes achava que utilizar o computador não era muito importante, mas agora cada vez mais, acho que o computador é importante para compreender melhor a matéria.*

*Eu acho que sim, acho que o programa sim. Acho que todos os programas que em matemática já me mostraram são bons.*

4. Teria alguma sugestão para a abordagem deste assunto sem recorrer ao computador?

*Eu acho que é a maneira mais eficaz, o computador, mas eu continuo a gostar imenso da calculadora. Entre computador e calculadora escolhia a calculadora.*

5. Qual a utilidade da máquina de calcular no estudo das transformações dos gráficos de funções?

*Para mim acho que é essencial a máquina de calcular.*

6. Se não pudesse usar máquina no exame nacional acha que iria encarar este assunto de outra forma?

*Eu acho que estava chumbada se não pudesse usar a máquina de calcular. Eu acho que já estamos tão habituados a usar a máquina de calcular, que se nos tirassem agora..., é que se fosse desde o início que nos habituassem, tudo bem, agora acho que se nos tirassem agora a máquina de calcular eu acho que era muito difícil as pessoas terem uma boa nota.*

## **PARTE II**

1. Considera importante o uso de actividades diversificadas em contexto de sala de aula?

*Eu acho importante, para diversificar melhor as aulas, para captar mais a atenção dos alunos, acho que nos capta melhor a atenção, faz com que... como é diferente acho que ..., pronto, tudo o que é diferente, as pessoas estão mais atentas e gostam, acho eu...*

2. Acha que é benéfico para a aprendizagem que sejam os alunos, com actividades orientadas, a chegarem aos resultados pretendidos?

*Se calhar os alunos ao terem de procurar, se calhar como têm de ir à procura são eles que fazem por si, se calhar aprendem mais, digo eu... mas tem de ser sempre acompanhado por professores senão não conseguimos chegar lá.*

**PARTE I**

1. Para resolver a mini-ficha sobre transformações do gráfico da função logarítmica usou máquina de calcular?

*Não*

2. Acha que a ficha de orientação feita no final do primeiro período o ajudou de algum modo a responder a esta mini-ficha?

*Penso que sim, foi com base nela que eu transformei nas outras.*

3. Gostaria de ver abordado este tema de outra forma usando o computador? Qual?

*Não, eu acho que foi bem abordado, porque com o computador foi mais rápido para nós. Se calhar com a calculadora não seria tão interessante e com aquela ficha nós registámos aquilo que tínhamos visto para não esquecer.*

4. Teria alguma sugestão para a abordagem deste assunto sem recorrer ao computador?

*O computador é o que agora... está in usar o computador, portanto eu acho que é mais ou menos por aí, é utilizar as novas tecnologias.*

5. Qual a utilidade da máquina de calcular no estudo das transformações dos gráficos de funções?

*É útil, porque, ou somos nós a fazer analiticamente a ver o que acontece, ou então a máquina de calcular é mais rápida, não é?, e poupa-nos o trabalho.*



6. Se não pudesse usar máquina no exame nacional acha que iria encarar este assunto de outra forma?

*Se não pudesse usar máquina de calcular? Seria mais trabalhoso, mas se me lembrasse de trabalhar de outra maneira, sim, sem dúvida.*

## **PARTE II**

1. Considera importante o uso de actividades diversificadas em contexto de sala de aula?

*Acho que cada vez mais os alunos distraem-se mais rapidamente e usar o quadro interactivo, e esses meios que estão mais próximos de nós, como os usamos no dia-a-dia acho que torna mais atractivo.*

2. Acha que é benéfico para a aprendizagem que sejam os alunos, com actividades orientadas, a chegarem aos resultados pretendidos?

*Não, acaba por ser a mesma coisa, acho eu.*



## Capítulo 5- Discussão

### 5.1. Actividade prática

#### 1ª Pergunta:

Nesta pergunta a maioria dos alunos (76%) afirmou que a ficha de orientação os tinha ajudado no estudo das transformações dos gráficos da função logarítmica. A opinião que se destaca é que se entende melhor o comportamento das funções, muitas vezes interligado ao facto de se poder visualizar o que se passa na realidade. Porém, existem 8% dos alunos que afirmam que os ajudou mais ou menos e 16% que admitem que esta actividade em nada os ajudou na compreensão das transformações dos gráficos da função logarítmica. O argumento mais evidente destes últimos é que com a calculadora poderia ter feito o mesmo. Há ainda alguns alunos que dizem não gostar de trabalhar com computadores, ou com o programa em si e, por isso, não acharam esta actividade interessante. Comparando as duas turmas, nota-se que na turma C foram mais os alunos que disseram que a actividade não os tinha ajudado comparativamente com os alunos da turma A. Por outro lado, na turma C não houve praticamente ninguém a afirmar que a ficha de orientação os tinha ajudado “um pouco” ou “mais ou menos”. Em relação aos que afirmaram que a actividade tinha sido útil para o estudo da matéria em questão o número é igual em ambas as turmas. Em relação ao modo como essa actividade os ajudou, as respostas dos alunos de ambas as turmas acabam por ser muito semelhantes.

#### 2ª Pergunta:

No que diz respeito aos aspectos negativos identificados pelos alunos que desenvolveram esta actividade destaca-se a dificuldade na utilização do programa. Nota-se que esta dificuldade se

verifica mais nos alunos da turma A do que nos da turma C, o que à primeira vista poderá fazer alguma confusão. A turma A é do curso de Ciências e Tecnologias e grande parte destes alunos tem Aplicações Informáticas, como disciplina de opção. A turma C é do Curso de Ciências Socioeconómicas e não conta no seu currículo com qualquer disciplina ligada à área de Informática. Porém, se se analisar o decorrer de ambas as aulas, talvez se encontre uma justificação para esta dificuldade acrescida. De facto, no início da aula do 12º A detectou-se que, como a versão instalada nos computadores que os alunos estavam a utilizar era diferente daquela que a professora tinha usado para elaborar a ficha de orientação, havia uma pequena gralha nas instruções referentes à construção de sliders, que lhes facilitariam a visualização das transformações dos gráficos das funções. Essa gralha fez com que muitos dos alunos parassem logo no início da ficha alegando não entenderem como se fazia aquilo naquele programa, e daí as dificuldades acrescidas dos alunos da turma do 12º A. Na outra turma, este pequeno problema foi resolvido no início da aula e presume-se que por isso, menos alunos desta turma referiram terem tido dificuldade na utilização do programa. Outro aspecto negativo que alguns alunos apontaram, foi a grande extensão da ficha. De facto, nem todos os grupos conseguiram acabar a ficha, e muitos dos alunos, não fizeram todos os exercícios finais. Talvez por isso alguns alunos tenham afirmado que não sabiam como aplicar o que tinham estudado, na prática. Salienta-se ainda nos alunos da turma C uma grande preocupação com a aproximação dos exames finais. Muitos alunos, no decorrer da aula, iam perguntando qual a utilidade da actividade para o exame final. A maioria dos alunos que conseguiu chegar ao fim e fazer os exercícios de aplicação entendeu qual seria essa utilidade mas, mais uma vez, acredita-se que o facto de não terem conseguido fazer esses exercícios finais tenha sido um impedimento para o seu sucesso. Continuou a notar-se a preferência de alguns alunos pela calculadora.

Nos aspectos positivos destaca-se, sobretudo, a constatação de que esta actividade pode ajudar os alunos a compreender melhor a matéria. Para além disso, outros aspectos são referidos, embora por um número menos significativo de alunos. Aspectos relacionados com a actividade em si, não focados nos conteúdos a trabalhar também são referidos. Assim, alguns alunos referem, por exemplo, ter sido uma aula mais divertida, mais dinâmica, pelo facto de terem trabalhado com o computador, e por terem desenvolvido a actividade numa metodologia de trabalho de grupo... É curioso notar que na turma C, existem 3 alunos a referir que um dos aspectos positivos é o facto de os alunos terem de “puxar pela própria cabeça”.

### **3ª Pergunta**

Nesta última pergunta, e atendendo às respostas já analisadas anteriormente, seria de esperar que a principal dificuldade que os alunos de ambas as turmas referissem na realização desta actividade foi a utilização do computador. Para além disso, também era esperado que os alunos da turma do 12º A apontassem a gralha na ficha como uma das dificuldades. 17% dos alunos afirmaram não ter tido nenhuma dificuldade, e 16% deles não responderam a esta pergunta, alguns, provavelmente, por não terem tido dúvidas, outros por qualquer outro motivo.

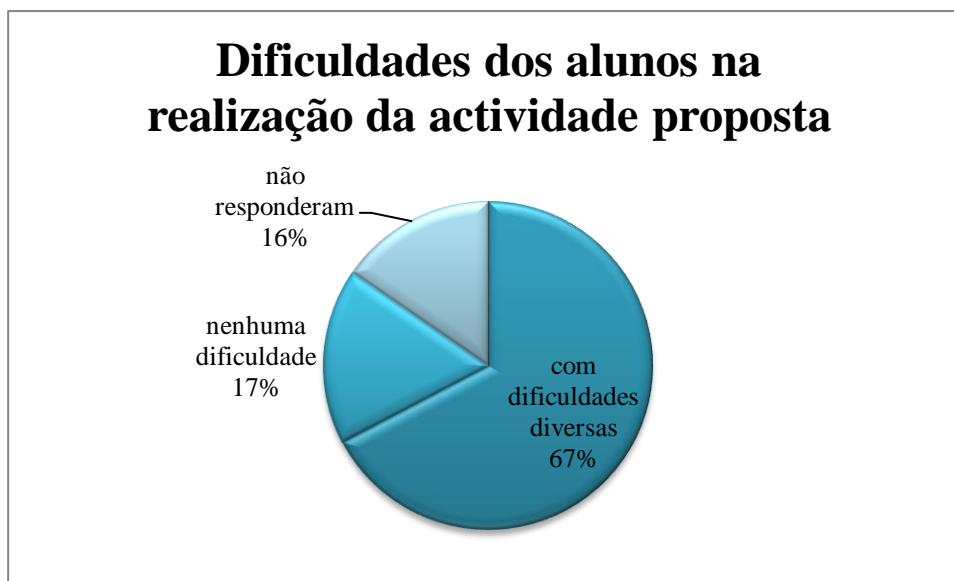


Gráfico 16- Dificuldades dos alunos na realização da actividade proposta.

## 5.2. Mini-ficha

Antes de analisar os resultados propriamente ditos, pode-se ponderar o que se passou na aula. Assim que foi distribuída a ficha, a professora estagiária explicou qual era o seu objectivo. É curioso que nenhum dos alunos levantou dúvidas em relação ao facto dos parâmetros funções não estarem definidos à partida. Rapidamente, a maioria deles começou por concretizar esses parâmetros para verificar o que sucedia aos gráficos das funções, alguns manualmente, mas a grande maioria recorrendo à calculadora gráfica. Uma vez mais, a máquina de calcular revela-se um instrumento ao qual os alunos recorrem constantemente (pelo menos na sua maioria).

Analisando os resultados obtidos na mini-ficha, pode-se, em primeiro lugar, contabilizar o resultado de cada um dos alunos. Deste modo, apresentam-se as seguintes tabelas, com o número de respostas correctas, incorrectas e não totalmente certas, dos alunos de cada uma das turmas:

Nº aluno	Nome aluno	✗	✓	?
1	Ana Gonçalves	1	4	2
2	Ana Silva	2	1	4
3	Andreia Martins	0	5	2
6	Bárbara Tomé	0	7	0
7	Branca Encarnação	0	3	4
9	Carolina Ponte	0	6	1
10	Claúdia Borges	0	7	0
11	Cristina Valença	0	5	2
12	David Limpo	1	2	4
13	Diogo Escalda	1	3	3
14	Erick Miranda	0	7	0
15	Gabriel Bocanel	0	4	3
16	Inês Carvalho	0	3	4
17	Inês Ferreira	1	2	4
18	Joana Florêncio	0	4	3
19	José Soares	1	3	3
20	Lara Neves	0	3	4
22	Mariana Lopes	0	1	6
23	Ricardo Morgado	0	5	2
24	Rui Santiago	0	7	0
25	Sérgio Almeida	1	6	0
26	Silvia Luis	2	1	4
27	Tiago Cardoso	0	4	3
28	Tomás Melo	0	6	1
	<b>TOTAL</b>	<b>10</b>	<b>99</b>	<b>59</b>

Tabela 11- Número de respostas erradas, certas e parcialmente incorrectas - 12º A.

Nº aluno	Nome aluno	✗	✓	?
2	Ana Catarina Assunção	0	7	0
3	Ana Madeira	0	7	0
4	Anaísa Gonçalves	0	4	3
5	Andreia Filipa Nunes	0	3	4
6	Andreia Arcanjo	0	7	0
7	António Pedro Dias	0	7	0
8	Catarina Silva	4	2	1
10	Catarina Ventura Silva	4	1	2
13	Francisco Vieira	0	7	0
14	Helga Silva	0	6	1
15	Ivo Gregório	0	6	1
16	Jéssica Fonseca	1	3	3
17	Joana Moura	0	4	3
19	Mariana Figueiredo	0	7	0
20	Mónica Pereira	0	7	0
21	Mónica Silva	0	6	1
22	Patrícia Ferreira	0	7	0
23	Pedro Viana	0	6	1
25	Sara Ferrão	0	4	3
26	Sofia Rocha	1	3	3
27	Tomás Silva	0	6	1
28	William Gomes	0	3	4
29	Diana Silva	1	6	0
30	Diogo Melo	1	5	1
	<b>TOTAL</b>	<b>12</b>	<b>124</b>	<b>32</b>

Tabela 12- Número de respostas erradas, certas e parcialmente incorrectas - 12º C.



Atendendo aos resultados apresentados nas tabelas de síntese pode ter-se uma visão geral da turma em termos de respostas correctas, incorrectas e parcialmente incorrectas, como se pode visualizar no gráfico abaixo

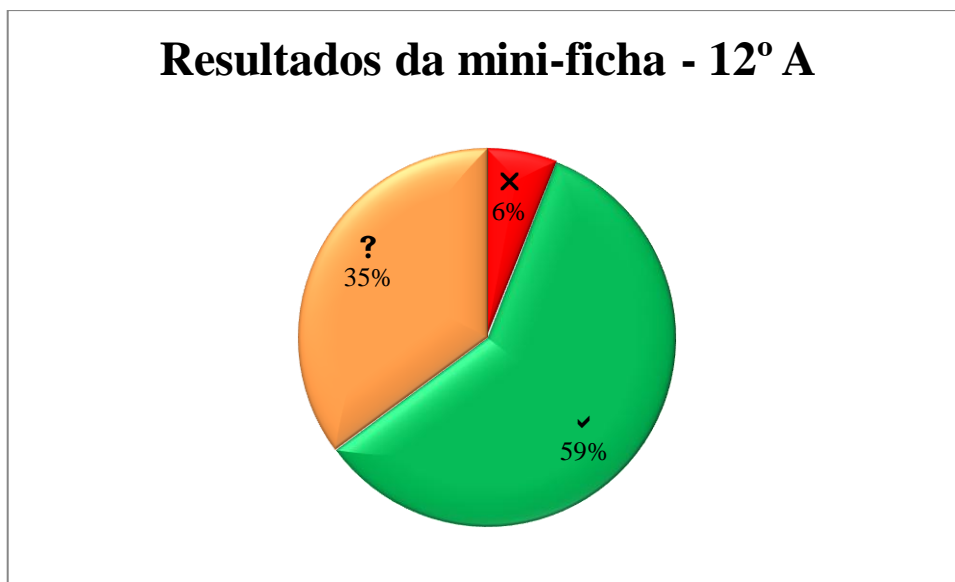


Gráfico 17- Resultados da mini-ficha - 12º A.

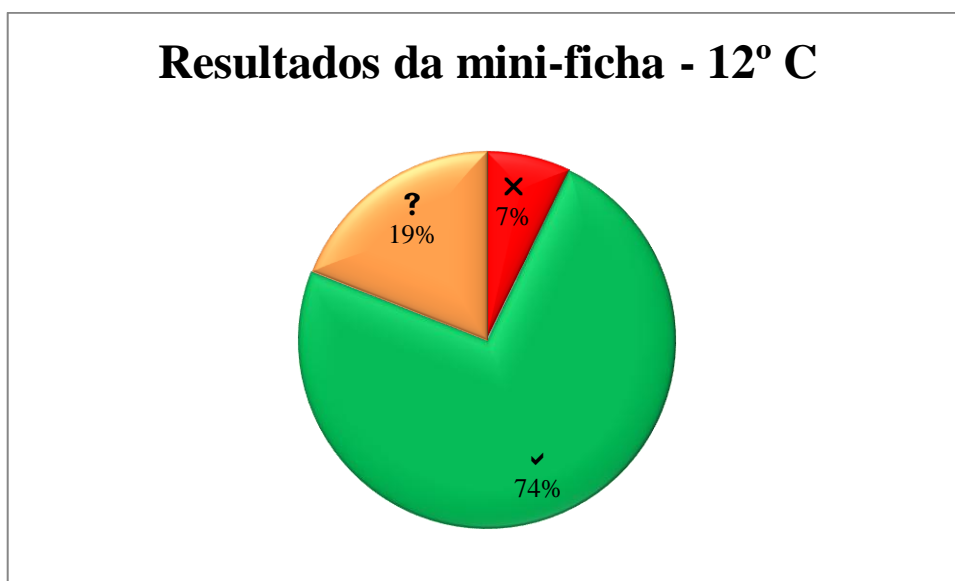


Gráfico 18- Resultados da mini-ficha - 12º C.

Fazendo ainda uma análise geral de ambas as turmas:

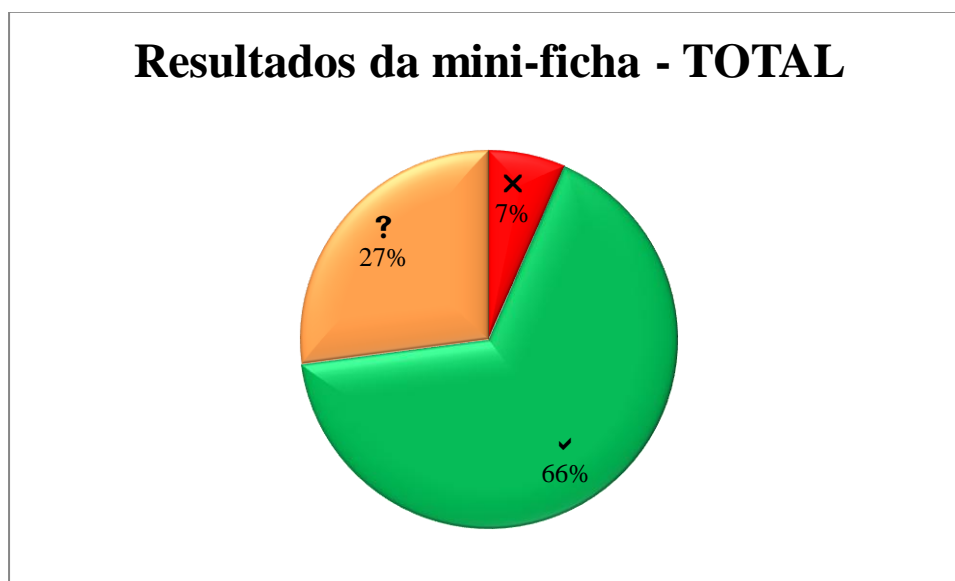


Gráfico 19- Resultados da mini-ficha – TOTAL.

Comparando os alunos das duas turmas a diferença mais significativa é que os alunos da turma C obtiveram mais respostas totalmente correctas do que os alunos da turma A, e apresentaram menos respostas parcialmente incorrectas. Olhando para os resultados globais observa-se que 66% das respostas dadas à mini-ficha foram correctas e apenas 7% foram totalmente erradas. Pode, assim afirmar-se que os resultados foram positivos, ou seja, os alunos de uma forma geral, dominam razoavelmente estes conteúdos.

Fazendo uma outra análise podem apresentar-se os dados da tabela seguinte em que se contabiliza o número de alunos com determinado número de respostas incorrectas, correctas e parcialmente incorrectas.

Nº de perguntas	×	✓	?
0	16	0	5
1	6	3	2
2	2	2	4
3	0	5	5
4	0	4	7
5	0	3	0
6	0	3	1
7	0	4	0

Tabela 13- Nº de alunos com determinado número de perguntas incorrectas, correctas e parcialmente incorrectas - 12º A.

Nº de perguntas	×	✓	?
0	18	0	9
1	4	1	7
2	0	1	1
3	0	4	5
4	2	3	2
5	0	1	0
6	0	6	0
7	0	8	0

Tabela 14- Nº de alunos com determinado número de perguntas incorrectas, correctas e parcialmente incorrectas - 12º C.

Comparando as duas turmas, existem mais alunos na turma C que não erraram, na totalidade, qualquer questão. Também foi nesta turma que os alunos tiveram mais sucesso na mini-ficha. Oito alunos na turma C responderam correctamente a todas as questões, enquanto que na turma A apenas 4 alunos acertarem todas as questões.

Generalizando, obtêm-se a seguinte tabela:

Nº de perguntas	✗	✓	?
0	34	0	14
1	10	4	9
2	2	3	5
3	0	9	10
4	2	7	9
5	0	4	0
6	0	9	1
7	0	12	0

Tabela 15- Nº de alunos com determinado número de perguntas incorrectas, correctas e parcialmente incorrectas -  
TOTAL.

Deste modo, pode verificar-se que 34 dos 48 alunos que realizaram esta mini-ficha não erraram nenhuma questão na totalidade, 12 desses 48 alunos conseguiram acertar em todas as questões colocadas e não houve um único aluno que não tivesse acertado totalmente pelo menos uma questão.

### 5.3. Entrevistas

Como já foi referido anteriormente, para levar a cabo estas entrevistas tentou seleccionar-se alunos com características diferentes com o objectivo de ter uma visão mais global das turmas. Para a elaboração das perguntas tentou ter-se em conta quer os objectivos desta investigação, quer a realidade observada nas etapas anteriores, bem como os alunos com os quais se trabalhou.

Analisando pergunta a pergunta:

## Parte I

1ª Pergunta: *Para resolver a mini-ficha sobre transformações do gráfico da função logarítmica usou máquina de calcular?*

Quatro dos cinco alunos entrevistados afirmaram que tinham usado a máquina de calcular. Acaba por ser um resultado previsível atendendo ao que se observou durante a aula.

2ª Pergunta: *Acha que a ficha de orientação feita no final do primeiro período o ajudou de algum modo a responder a esta mini-ficha?*

Maioritariamente os alunos responderam a esta pergunta afirmativamente, porém, surgem algumas críticas. É salientado o facto de a aula em que se realizou a ficha de orientação ter sido muito separada da aula em que se resolveu a mini-ficha e, por isso, os conceitos já não estavam bem presentes. Para além disso, voltam a referir a calculadora gráfica, com a qual podem obter também os resultados pedidos. Há quem tenha resolvido a mini-ficha não com recurso à calculadora, mas sim atendendo à actividade de investigação realizada anteriormente.

3ª Pergunta: *Gostaria de ver abordado este tema de outra forma usando o computador? Qual?*

Neste caso as respostas foram consensuais. Todos os alunos disseram que esta seria uma forma boa de se abordar esta matéria. Como sugestões, e para os mais fãs da calculadora, poder-se-ia usar uma máquina de calcular virtual, no computador, e fazer a análise dos gráficos. Por outro lado, há quem defenda que esta forma de abordar os conteúdos foi mais interessante do que recorrendo à calculadora. É notório que mesmo os alunos que afirmaram

não gostar tanto de trabalhar com o computador e com o software Sketchpad, apreciaram a actividade, e vão ganhando gosto pelas novas tecnologias.

4ª Pergunta: *Teria alguma sugestão para a abordagem deste assunto sem recorrer ao computador?*

As sugestões que surgem para o estudo desta matéria sem recorrer ao computador são quase todas usando a calculadora gráfica. Há alunos que referem que se poderiam desenvolver actividades como jogos, ou com sensores, como foi o caso de uma actividade que os alunos desenvolveram no âmbito de outro trabalho de investigação durante o presente ano lectivo.

5ª Pergunta: *Qual a utilidade da máquina de calcular no estudo das transformações dos gráficos de funções?*

Indiscutivelmente, para os alunos a máquina é um instrumento fundamental, segundo eles, essencial neste tipo de matéria. Com ela, eles conseguem ter uma visualização do que acontece aos gráficos das funções e assim entendem melhor o que lhes está a ser pedido, ou aquilo que está a ser estudado. Para além disso, os alunos identificam a calculadora como um meio facilitador, que lhes poupa tempo, pois fazer os gráficos na máquina demora muito menos tempo do que desenhar os gráficos nos cadernos após um estudo analítico exaustivo.

6ª Pergunta: *Se não pudesse usar máquina no exame nacional acha que iria encarar este assunto de outra forma?*

Ao fazer a entrevista foi curioso ver a reacção dos alunos a esta pergunta. Riram da questão colocada. A calculadora é já uma tecnologia ao seu alcance, seria impensável não a poderem usar, e isso reflectiu-se nas respostas. Sem recorrer a calculadora os alunos admitem que no exame nacional provavelmente chumbariam mas, como uma das alunas entrevistadas diz, eles foram habituados a usar máquina de calcular. Se isso não tivesse acontecido, provavelmente a

sua reacção a esta pergunta seria diferente. Alguns alunos minimizaram a importância desta tecnologia.

## **Parte II**

Na segunda parte da entrevista tentou saber-se a opinião dos alunos relativamente aos métodos usados em sala de aula.

1ª Pergunta: *Considera importante o uso de actividades diversificadas em contexto de sala de aula?*

Todos os alunos entrevistados têm a mesma opinião. É muito importante o uso de actividades diversificadas na sala de aula. É bom para captar a atenção dos alunos, é bom para melhorar o seu aproveitamento, é bom para que os alunos gostem mais das aulas de matemática e, inclusive, segundo eles é bom para combater problemas de indisciplina.

2ª Pergunta: *Acha que é benéfico para a aprendizagem que sejam os alunos, com actividades orientadas, a chegarem aos resultados pretendidos?*

Três dos cinco alunos inquiridos acham que este processo é benéfico para a aprendizagem de determinada matéria pois, como são eles a chegarem às conclusões aprendem melhor. Apenas uma das alunas é da opinião que não faz muita diferença as matérias serem dadas desta forma. Um outro aluno, apesar de não ter opinião formada, acha que é bom para o desenvolvimento das competências dos alunos. É salientado, por alguns alunos, que estas tarefas têm de ser bem encaminhadas e orientadas, caso contrário o aluno fica ainda mais perdido.





## Capítulo 6- Conclusões

No final de todo este processo volta a colocar-se a questão inicial, afinal *a utilização da tecnologia, mais especificamente do software dinâmico Geometer's Sketchpad, pode ajudar os alunos a entenderem melhor as propriedades da função logaritmica, nomeadamente, a perceberem o que acontece quando se alteram os valores nos parâmetros nesta família de funções?*

De facto nada se pode concluir em relação a isto. A verdade é que os resultados obtidos na mini-ficha foram bons, mesmo sem ter havido um estudo prévio desta matéria. Os alunos não tinham sido previamente avisados. Porém, não se pode dizer que esses resultados positivos se devam exclusivamente à actividade realizada anteriormente.

Alguns alunos referiram que se poderia observar as transformações dos gráficos da função logaritmica com a máquina de calcular. Talvez sim. Um dos objectivos ao introduzir o programa Sketchpad nesta actividade era proporcionar aos alunos uma aula diferente, com recurso às novas tecnologias, e acreditando que os *sliders* ajudariam a uma nova dinâmica nas transformações dos gráficos das funções. A gralha da ficha de orientação, pode ter sido um factor negativo que tenha levado alguns alunos a não verem grande vantagem na realização desta actividade, embora tenha sido apresentada uma alternativa.

A máquina de calcular continua a ser muito importante para os alunos e, na realidade, neste estudo observou-se bem a familiaridade que eles criaram com a máquina de calcular. Hoje em dia, segundo alguns, existe mesmo uma certa dependência dessa tecnologia. A primeira coisa que muitos dos alunos fizeram quando receberam a mini-ficha, foi ir buscar a máquina de calcular. O facto é que sempre foram habituados a usá-la. E, se isso acontece, então deverão saber tirar o maior proveito possível da calculadora. A máquina não faz tudo. Se um aluno não sabe interpretar um problema, então a máquina não lhe resolve a questão. O mesmo se aplica à utilização de ferramentas computacionais. Qualquer tecnologia que possa ser usada

pelo aluno, nunca servirá de nada se ele não a souber usar e, sobretudo, se não souber os conteúdos. Como um aluno disse numa das entrevistas: “a máquina não faz, ajuda”.

É importante destacar a necessidade de haver uma boa orientação e acompanhamento por parte do professor. São os próprios alunos a chamar a atenção para isso. Se as instruções não forem claras, ou no decorrer da aula surgirem dúvidas que não sejam esclarecidas, então o mais provável é o aluno acabar por não entender nada do que esteve a fazer. É importante ter presente o papel do professor numa aula desta natureza.

Fazendo uma retrospectiva final, a maioria dos alunos gostou de realizar a actividade, e isso hoje em dia, em que a Matemática é conotada tão negativamente sobretudo pelas camadas mais jovens, é muito importante. Cativar os alunos, recorrendo às novas tecnologias, ou a actividades diferentes é essencial.

Por outro lado, na actividade de docente, nunca se pode tirar da mente que cada escola é composta por diversas turmas com características diferentes, e cada uma dessas turmas é constituída por alunos, que antes de mais são indivíduos, com opiniões próprias, gostos diferentes e formas de aprender distintas. Nada nos garante que esta investigação realizada numa outra escola, ou até mesmo simplesmente numa outra turma teria os mesmos resultados. Provavelmente não.

Tentar entender se uma actividade, em particular, ajuda os alunos a aprenderem é muito ambicioso. Os alunos, enquanto actores principais do processo de ensino-aprendizagem, são influenciados por muitos factores. O sucesso escolar dos alunos não depende só da forma como os conteúdos são trabalhados, nem depende apenas do professor. Factores exteriores à sala de aula e, sobretudo, exteriores à própria escola são fundamentais em todo este processo. Cada aluno é um indivíduo, com capacidades próprias e com gostos e motivações distintas. O que para determinado aluno é interessante e fácil, para outro é, como uma aluna adjectivava a Matemática, um “pé-de-vento”.

Repetir a actividade no futuro? É uma incógnita, depende dos alunos que se tenha pela frente, do meio escolar em que se esteja inserido, etc. O que resulta numa determinada realidade não resulta noutra, e vice-versa. Provavelmente, mesmo que se venha a repetir deverá ser sujeita a algumas alterações. Uma coisa é garantida, há a necessidade de diversificar os meios usados na sala de aula, nomeadamente numa aula de Matemática. Os próprios alunos o reconhecem. De preferência com actividades em que sejam os alunos a chegarem às conclusões pretendidas, porque apesar de com este estudo não se poder determinar se isso é ou não benéfico para a aprendizagem, são os próprios alunos a afirmarem que aprendem melhor.

O mais importante em todo o processo de ensino-aprendizagem, e que um professor nunca pode descurar, é que o aluno é o actor principal num enredo chamado educação, e que o objectivo primordial é o seu sucesso educativo.



## Referências

- Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*
- Ponte, J. P., et al. (1999). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7(2), 41-70
- Ponte, J. P., Mosquito, E.. A calculadora e o computador nas práticas profissionais dos professores de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico in Canavarro, A. P., Moreira, D., Rocha, M. I. (Org), *Tecnologias e Educação Matemática*, Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação
- Love, E. Avaliando a actividade matemática. In Abrantes, P., Leal, L. C. e Ponte, J. P. (Orgs). *Inventar para Aprender Matemática*. Lisboa: Projecto Matemática Para Todos Associação de Professores de Matemática. 1996
- Brocardo, J. *As invenções na aula de matemática: um projecto curricular no 8º ano*. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2001. Tese de Doutoramento
- Domingos, A., *A aprendizagem de funções num ambiente computacional com recurso a diferentes representações*. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa, 1994. Tese de Mestrado
- Fernandes, A. *A investigação-acção como metodologia*. Projecto SER MAIS [consultado a 15 de Maio de 2010]  
[http://nautilus.fis.uc.pt/cec/teses/armenio/TESE\\_Armenio/TESE\\_Armenio/vti\\_cnf/TESE\\_Armenio\\_web/](http://nautilus.fis.uc.pt/cec/teses/armenio/TESE_Armenio/TESE_Armenio/vti_cnf/TESE_Armenio_web/)
- <http://standards.nctm.org/document/index.htm> (NCTM versão digital online, disponível a 20 de Novembro de 2009)



## ANEXOS

### ANEXO 1 – FICHA DE ORIENTAÇÃO



Escola Secundária Fernando Lopes-Graça





## Matemática A - 12º Ano

### Ficha de Orientação nº 2 – Transformações do gráfico da função logarítmica

#### PARTE 1



Entre no programa The Geometer's Sketchpad e coloque um referencial e uma grelha	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menu <b>Graph</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ <b>Define Coordinate System</b></li></ul></li></ul>
2. Active os Sliders	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menu <b>File</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Procure a directoria onde se encontra a pasta do programa Geometer's Sketchpad (por exemplo C:\Programas\Sketchpad);</li><li>○ Abra a pasta <b>Samples</b>;</li><li>○ Abra a pasta <b>Costum Tools</b>;</li><li>○ Escolha o ficheiro <b>Sliders</b>;</li><li>○ Minimize a janela que surge.</li></ul></li></ul>
3. Adicione quatro Sliders	<ul style="list-style-type: none"><li>• Menu <b>Costum Tools</b> (icon )<ul style="list-style-type: none"><li>○ Opção <b>Sliders</b>;</li><li>○ Opção <b>Basic horizontal</b>;</li></ul></li><li>• Clique com o rato no local onde pretende inserir o Slider;</li><li>• Proceda do mesmo modo para obter os restantes sliders;</li></ul>

<p>4. Mude o nome dos Sliders e das etiquetas que lhe estão associadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Seleccione <b>Select or drag objects</b> (icon );</li> <li>• Seleccione os pontos extremos do lado direito de cada um dos Sliders (comece pelo de cima) <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Menu <b>Display</b>;</li> <li>○ <b>Label Points</b>;</li> </ul> </li> <li>• Seleccione a etiqueta que lhe está associada <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Properties</b>;</li> <li>○ Altere o nome de cada um deles. Designe-os por <b>a, b, c e d</b>;</li> </ul> </li> <li>• Distribua os Sliders e as etiquetas da forma que considerar mais conveniente;</li> </ul>
--	---

## PARTE 2

### 1ª Actividade

Seja

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \log_a(x)$$



1. Obtenha o gráfico da função  $f$ .

**NOTA:** Para introduzir esta função no Sketchpad poderá ter de recorrer às propriedades da função logarítmica (Recorde que:  $\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$ ).

- Menu **Graph**
  - **New Function**
  - Escreva a expressão analítica que define a função e confirme com **OK** (Para introduzir o valor do parâmetro  $a$  deve clicar em cima da respectiva etiqueta).



? Desloque o slider **a** de maneira a obter os valores que se encontram na tabela e faça esboços gráficos obtidos:

Valor de a	a = 0,2	a = 0,7	a = 1,5	a = 2	a = 5
Esboço gráfico					
Intersecção com o eixo dos xx					

? O que acontece para valores de **a** que no intervalo ]0; 1[?

---



---



---

? Qual o comportamento do gráfico da função à medida que se vai **aumentando** o valor de **a**?

---



---



---

## 2ª Actividade

Seja

$$g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \mathbf{b} \log (x)$$



1. Oculte a função que traçou anteriormente	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Selecione a função que pretende ocultar</li> <li>• Menu <b>Display</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <b>Hide Function Plot</b></li> </ul> </li> </ul>
2. Obtenha o gráfico da função g.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proceda como no ponto 1 da 1ª actividade</li> </ul>

? Faça esboços dos gráficos obtidos, fazendo variar o valor do parâmetro **b**.

Valor de b	b = -2	b = 0	b = 1	b = 5	b = 15
Esboço do gráfico					
Intersecção com o eixo dos xx					

? O que acontece ao gráfico da função de g quando se vai altera os valores de **b**?

---



---



---



---

### 3ª Actividade

Seja

$$h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \log(x - c)$$



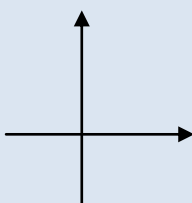
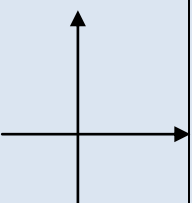
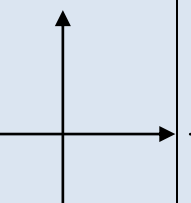
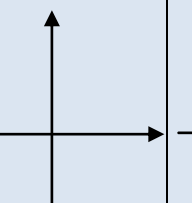
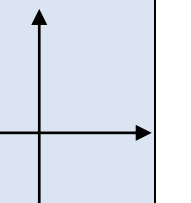
1. Oculte a função que traçou anteriormente

- Proceda como no ponto 1 da 2ª actividade

2. Obtenha o gráfico da função h.

- Proceda como no ponto 1 da 1ª actividade

? Altere agora os valores do parâmetro **c** de modo a poder preencher a seguinte tabela:

Valor de c	c = -5	c = 0	c = 1	c = 3	c = 5
Esboço do gráfico					
Intersecção com o eixo dos xx					

? Existirá alguma relação entre o ponto de intersecção do gráfico das funções com o **eixo dos xx** e o valor do parâmetro **c**? Qual?

---



---



---



---

#### 4ª Actividade

Seja

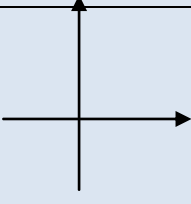
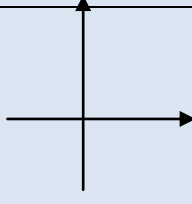
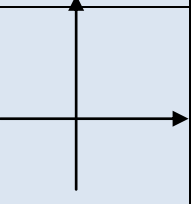
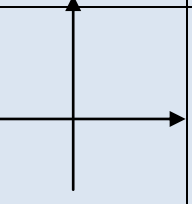
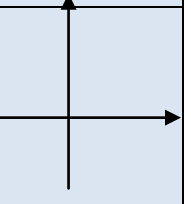
$$i: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \mathbf{d} + \log(x)$$



3. Oculte a função que traçou anteriormente	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proceda como no ponto 1 da 2ª actividade</li> </ul>
4. Obtenha o gráfico da função i.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proceda como no ponto 1 da 1ª actividade</li> </ul>

? Altere os valores do sliders no Sketchpad e preencha a tabela seguinte:

Valor de $d$	$d = -1$	$d = -0,5$	$d = 0$	$d = 0,5$	$d = 1$
Esboço do gráfico					
Intersecção com o eixo dos xx					

? Qual a influência do parâmetro  $d$  nesta família de funções?

---



---

? Preencha agora a tabela abaixo, em que se pretende uma síntese das **conclusões**.

Parâmetro	Como se reflecte no gráfico a alteração de valores do parâmetro
A	
B	
C	
D	

## PARTE 3



Diga como se pode obter os gráficos das seguintes funções a partir do gráfico da função de domínio  $\mathbb{R}^+$  definida por  $p(x) = \log(x)$ .

i) $(x) = 4 + p(x)$	ii) $(x) = 2 p(x)$	iii) $(x) = p(x-5)$
iv) $(x) = 1 - p(x)$	v) $(x) = p(x+1) - 7$	vi) $(x) = -1 p(x -1)$
vii) $(x) =  p(x) $	viii) $(x) = p( x )$	

## PARTE 4

1. Esta ficha ajudou-o no estudo das **transformações dos gráficos da função logarítmica**? De que modo?

---

---

---

---

---

---

**2.** Indique os aspectos positivos e os aspectos negativos no desenvolvimento desta actividade.

---

---

---

---

---

---

---

**3.** Indique as dificuldades com que se deparou ao desenvolver esta actividade.

---

---

---

---

---

---

---



Escola Secundária Fernando Lopes-Graça



2009 / 2010

**Matemática A - 12º Ano****Mini Ficha – Transformações do gráfico da função logarítmica**

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

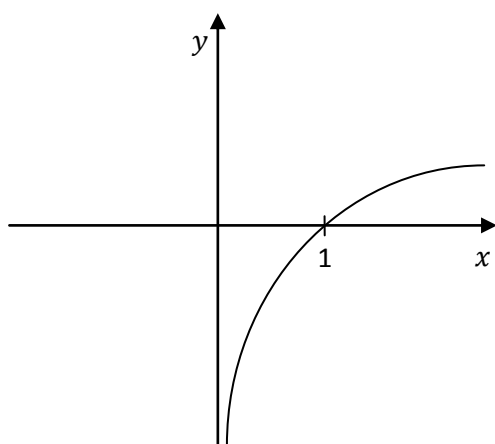
Considere o gráfico da seguinte função:

$$f: ]0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$$

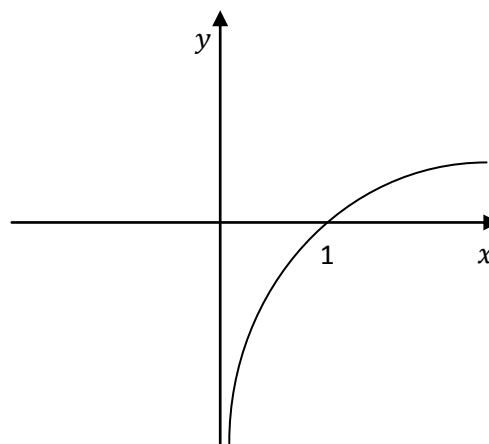
$$x \mapsto \log(x)$$

Esboce os gráficos das seguintes famílias de funções, atribuindo aos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  um valor aleatório.

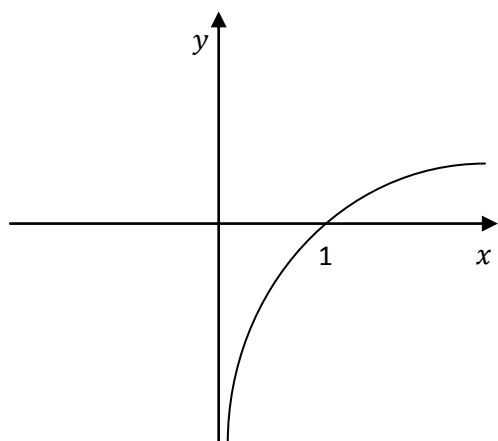
1.  $g(x) = a + \log(x)$



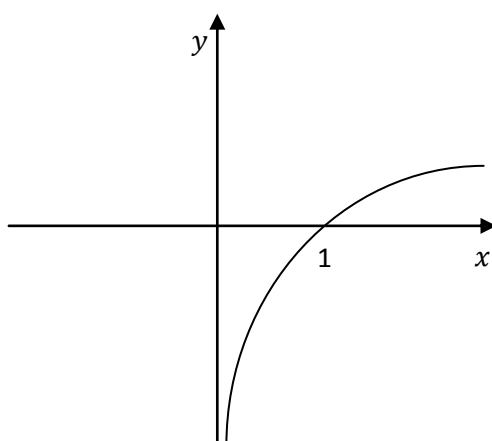
2.  $h(x) = b \log(x)$



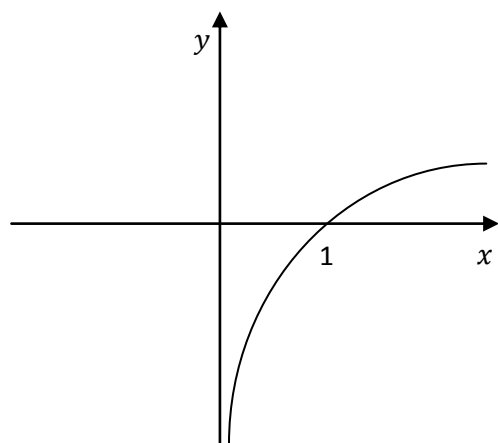
$$3. i(x) = \log(x + c)$$



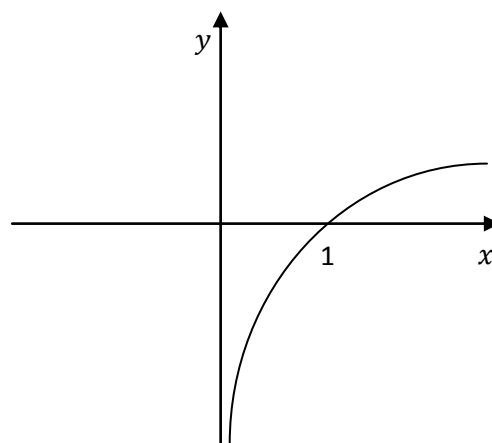
$$4. j(x) = a + b \log(x)$$



$$5. k(x) = a + \log(x + c)$$



$$6. l(x) = b \log(x + c)$$



$$7. m(x) = a + b \log(x + c)$$

